



MEMÒRIA TREBALL FINAL DE GRAU

# Control d'un motor síncron d'ímants permanents

---



**Estudiant: Albert Jiménez Blasco**

**Director: Daniel Montesinos Miracle**

**9 de setembre de 2016**

## RESUM

Un dels principals problemes de la societat actual és, sense cap mena de dubte, el canvi climàtic que promou l'escalfament global. Aquest canvi guarda una estreta relació amb els combustibles fòssils que, des del segle XVII, l'ésser humà utilitza com a font d'energia. A més de promoure aquest problema, els combustibles fòssils són un recurs no renovable i la seva incipient escassetat suposa un altre inconvenient.

És per això que la societat aposta cada vegada més per la sostenibilitat en tots els camps de la indústria, i la mobilitat no escapa d'aquesta voluntat. El vehicle elèctric, o híbrid en el seu defecte, permet que les fonts d'energia siguin renovables i és, cada vegada més, una alternativa realista al sistema de transport convencionals que utilitzen combustibles fòssils.

A dia d'avui, el tipus de motor més utilitzat per a vehicles elèctrics és el d'inducció, que és relativament senzill de construir i se'n coneix bé el seu funcionament. Però l'eficiència energètica del sistema pot ser millorada usant el motor síncron d'imants permanents, PMSM.

Aquest projecte pretén donar una idea de com pot ser dissenyat i controlat un motor síncron d'imants permanents d'una *scooter* elèctrica. Per a dur a terme tal objectiu, es divideix el treball en dues parts diferenciades. La primera pretén posar en context el PMSM, a nivell d'aplicació en tracció elèctrica, en comparativa amb altres tipus de motors elèctrics. En aquesta primera part, que engloba els capítols 3 i 4, també es mostren les tècniques de control d'un PMSM, així com la seva modelització matemàtica. La segona part, composta dels capítols 5 i 6, explica de forma detallada el sistema de control del PMSM, tenint en compte certes simplificacions, i es realitzen unes simulacions per a validar el disseny realitzat a partir d'unes especificacions. Aquest projecte engloba el disseny i la implementació amb el *software* informàtic *Simulink* de l'entorn de programació *Matlab*.

Finalment es duu a terme un petit estudi econòmic de la realització del projecte i un mediambiental del que suposaria la seva implementació.

# Índex

RESUM.....	1
PREFACI.....	10
1.1 Origen del projecte.....	10
1.2 Motivació del projecte.....	10
INTRODUCCIÓ.....	11
2.1 Objectius del projecte.....	11
2.2 Abast del projecte.....	11
INTRODUCCIÓ AL MOTOR SÍNCRON D'IMANTS PERMANENTS.....	12
3.1 Concepte de màquina elèctrica.....	12
3.2 Classificació de les màquines elèctriques.....	12
3.2.1 Tipus d'alimentació.....	12
3.2.1.1 DC.....	13
3.2.1.2 AC.....	15
3.2.2 Origen del camp magnètic.....	17
3.2.2.1 Imants permanents.....	17
3.2.2.2 Bobines.....	18
3.2.2.3 Reluctància.....	19
3.2.3 Orientació del camp magnètic.....	19
3.2.3.1 Flux radial.....	19
3.2.3.2 Flux axial.....	19
3.2.3.3 Flux transversal.....	20
3.3 Motors elèctrics d'imants permanents.....	20
3.3.1 Classificació dels motors PM.....	21
3.4 Motor PMSM.....	23
3.4.1 Característiques dels PMSM.....	24
3.4.2 Fonaments de control del PMSM.....	25
3.4.2.1 Control V/f.....	25
3.4.2.2 Control vectorial.....	27
3.4.2.3 Eliminació del sensor de posició.....	28
3.4.3 Estat de l'art del PMSM.....	29
MODELITZACIÓ MATEMÀTICA DEL PMSM.....	31
4.1 Introducció.....	31
4.2 Equacions del PMSM en variables de la màquina.....	31
4.3 Equacions del PMSM en referència de sincronisme amb el rotor.....	34
4.4 Equació de parell.....	37
4.5 Equació mecànica del PMSM.....	39
4.6 Modes d'operació del PMSM.....	40

4.6.1	Model del PMSM en estat estacionari.....	40
4.6.2	CTAC.....	41
4.6.3	MTAC.....	42
4.6.4	CSFC.....	42
4.6.5	UPFC.....	43
4.6.6	Comparació dels modes d'operació del PMSM.....	43
DISSENY DEL CONTROLADOR DEL PMSM.....		45
5.1	Introducció.....	45
5.2	Paràmetres del PMSM.....	45
5.2.1	Variables elèctriques del PMSM.....	46
5.2.2	Constants elèctriques i magnètiques del PMSM.....	46
5.2.3	Variables mecàniques del PMSM.....	46
5.2.4	Constants mecàniques del PMSM.....	46
5.3	Representació del model del PMSM.....	47
5.3.1	Equacions elèctriques.....	47
5.3.2	Conversió electromecànica.....	48
5.3.3	Equació mecànica.....	49
5.4	Representació del model de control del PMSM.....	50
5.4.1	Control del parell.....	51
5.4.2	Control del corrent.....	52
5.4.3	Control de la velocitat.....	57
SIMULACIÓ DEL PMSM.....		60
6.1	Introducció.....	60
6.2	Casos de simulació.....	61
ANÀLISI ECONÒMIC.....		69
7.1	Recursos humans.....	69
7.2	Recursos I+D.....	69
7.3	Cost energètic.....	70
7.4	Cost total del projecte.....	70
IMPACTE MEDIAMBIENTAL.....		71
CONCLUSIONS.....		72
9.1	Tasques realitzades.....	72
9.2	Futures línies de treball.....	73
AGRAÏMENTS.....		74
ANNEX A.....		75
ANNEX B.....		78
BIBLIOGRAFIA.....		80

## Índex de figures

Figura 3.1 Diagrama d'una màquina de contínua.....	13
Figura 3.2 Esquema equivalent sèrie i característica T-w.....	14
Figura 3.3 Esquema equivalent independent i característica T-w.....	14
Figura 3.4 Diagrama d'una màquina síncrona.....	16
Figura 3.5 Màquina síncrona d'imants permanents.....	17
Figura 3.6 Màquines elèctriques amb bobinat com a origen de camp magnètic.....	18
Figura 3.7 Màquina síncrona d'imants permanents de flux transversal.....	20
Figura 3.8 Classificació dels motors elèctrics d'imants permanents.....	21
Figura 3.9 Seccions de diferents tipus de motors PMSM.....	22
Figura 3.10 Corbes de desmagnetització de diferents materials PM.....	23
Figura 3.11 Concepte d'auto-sincronització d'un PMSM.....	25
Figura 3.12 Control V/f en llaç obert d'un PMSM amb gàbia d'esquirol.....	26
Figura 3.13 Control V/f d'un PMSM sense gàbia d'esquirol.....	26
Figura 3.14 Control vectorial d'un PMSM.....	27
Figura 3.15 Control V/f d'un PMSM sense sensor de posició.....	28
Figura 3.16 Control vectorial d'un PMSM sense sensor de posició.....	29
Figura 4.1 Diagrama conceptual d'un PMSM amb un parell de pols.....	32
Figura 4.2 Eixos presents en la transformada de Park.....	35
Figura 4.3 Circuits equivalents del PMSM en la referència en sincronisme amb el rotor.....	37
Figura 4.4 Components del vector corrent.....	39
Figura 4.5 Diagrama vectorial del model del PMSM en estat estacionari.....	40
Figura 4.6 Diagrama vectorial en estat estacionari pel control en angle de parell constant..	41
Figura 5.1 PMSM objecte d'estudi per fora i per dins.....	45

Control d'un motor síncron d'imants permanents	5
Figura 5.2 Representació REM del PMSM.....	47
Figura 5.3 Bloc REM de les equacions elèctriques.....	47
Figura 5.4 Implementació de les equacions elèctriques amb <i>Simulink</i> .....	48
Figura 5.5 Bloc REM de la conversió electromecànica.....	48
Figura 5.6 Implementació de la conversió electromecànica amb <i>Simulink</i> .....	49
Figura 5.7 Bloc REM de l'equació mecànica.....	49
Figura 5.8 Implementació de l'equació mecànica amb <i>Simulink</i> .....	50
Figura 5.9 Models REM i EMC del PMSM i el seu llaç de control.....	50
Figura 5.10 Bloc EMC del control de parell.....	51
Figura 5.11 Implementació del control de parell amb <i>Simulink</i> .....	52
Figura 5.12 Bloc EMC del control de corrent.....	52
Figura 5.13 Implementació del control de corrent amb <i>Simulink</i> .....	53
Figura 5.14 Implementació dels PI del control de corrent amb <i>Simulink</i> .....	55
Figura 5.15 Implementació del PI amb limitador de tensió a la sortida.....	56
Figura 5.16 Implementació del PI amb integrador <i>antiwindup</i> .....	56
Figura 5.17 Implementació del controlador de corrent amb limitador de tensió antiwindup amb <i>Simulink</i> .....	58
Figura 5.18 Bloc EMC del control de velocitat.....	57
Figura 5.19 Implementació del controlador de velocitat amb <i>Simulink</i> .....	59
Figura 6.1 Implementació del sistema complert del PMSM amb <i>Simulink</i> .....	60
Figura 6.2 Gràfic $w_{rm}^*-w_{rm}$ cas 1.....	61
Figura 6.3 Gràfic $T_e^*-T_e$ cas 1.....	62
Figura 6.4 Gràfic $i_d^*-i_q^*$ cas 1.....	62
Figura 6.5 Gràfic $v_d^*-v_q^*$ cas 1.....	63
Figura 6.6 Gràfic $w_{rm}^*-w_{rm}$ cas 2.....	63
Figura 6.7 Gràfic $T_e^*-T_e$ cas 2.....	64
Figura 6.8 Gràfic $i_d^*-i_q^*$ cas 2.....	64
Figura 6.9 Gràfic $v_d^*-v_q^*$ cas 2.....	65

Control d'un motor síncron d'imants permanents	6
Figura 6.10 Gràfic $w_{rm}^*-w_{rm}$ cas 3.....	66
Figura 6.11 Gràfic $T_e^*-T_e$ cas 3.....	66
Figura 6.12 Gràfic $i_d^*-i_q^*$ cas 3.....	67
Figura 6.13 Gràfic $v_d^*-v_q^*$ cas 3.....	67
Figura A.1 Representació del motor.....	75
Figura B.1 Representació dels eixos fixos i síncrons del PMSM.....	78

## ***Índex de taules***

Taula 5.1 Variables elèctriques del model del PMSM.....	46
Taula 5.2 Constants elèctriques i mecàniques del model del PMSM.....	46
Taula 5.3 Variables mecàniques del model del PMSM.....	46
Taula 5.4 Constants mecàniques del model del PMSM.....	46
Taula 7.1 Constant de personal desglossat.....	69
Taula 7.2 Cost I+D desglossat.....	70
Taula 7.3 Cost energètic.....	70
Taula 7.4 Cost total del projecte.....	70
Taula A.1 Valor dels paràmetres del PMSM.....	75
Taula A.2 Paràmetres d'interacció amb l'entorn.....	75



## Nomenclatura

$V/f$	Tensió-freqüència
$i_{abcs}$	Vector de corrents de l'estator en referència estacionària
$i_{0dqs}^r$	Vector de corrents de l'estator transformats en referència en sincronisme
$L$	Matriu d'inductàncies d l'estator
$P(\theta)$	Matriu de Park
$(P(\theta_r))^{-1}$	Matriu antitransformada de Park
$R_s$	Matriu de resistències de l'estator
$v_{abcs}$	Vector de tensions de l'estator en referència estacionària
$v_{0dqs}^r$	Vector de tensions de l'estator transformats en referència en sincronisme
$B_m$	Coefficient de fregament viscos del rotor
$i_s$	Mòdul del vector corrent aplicat a l'estator
$I_{ds}^r, I_{qs}^r$	Corrents dels eixos d i q en estat estacionari
$J$	Inèrcia mecànica del conjunt rotor càrrega
$L_d, L_q$	Inductàncies equivalents als eixos d i q
$pp$	Nombre de parell de pols del rotor
$v_s$	Mòdul del vector de tensió aplicada a l'estator
$V_{ds}^r, V_{qs}^r$	Tensions dels eixos d i q en estat estacionari
$\alpha$	Angle de parell
$\lambda_{abcs}$	Flux concatenat per l'estator en referència estacionària
$\lambda_s$	Mòdul del vector flux concatenat per l'estator
$\lambda_m$	Flux dels imants del rotor
$\omega_r$	Velocitat elèctrica del rotor
$\omega_{rm}$	Velocitat mecànica del rotor
$\theta_r$	Posició elèctrica del rotor

$\theta$	Angle dels pols del sistema
$\xi$	Coefficient d'esmoreïment
$\rho$	Mòdul de pols del sistema
$t_{est}$	Temps d'establiment del sistema
$T_s$	Període de mostreig

## ACRÒNIMS

AC	Alternating Current
CITCEA-UPC	Centre d'Innovació Tecnològica en Convertidors Estàtics i Accionaments
CSFC	Constant Stator Flux Control
CTAC	Constant Torque Angle Control
DC	Direct Current
DFIG	Double Field Induction Generator
DTC	Direct Torque Control
EMC	Estructura Màxima de Control
MTAC	Maximum Torque per Ampere Control
PM	Permanent Magnet
PMSM	Permanent Magnet Synchronous Motor
PWM	Pulse Width Modulation
REM	Representació Energètica Macroscòpica
UPFC	Unity Power Factor Control

# CAPÍTOL 1

## Prefaci

### 1.1 Origen del projecte

Tot i que la idea de la mobilitat elèctrica es va fent més present dia a dia, el cert és que a nivell espanyol (i amb dades del 2015), la quota de mercat dels vehicles elèctrics no arriba ni al 0,1% i es descriu com a “merament testimonial”. La necessitat d’investigar els motors elèctrics per a vehicles, així com el seu sistema de control per a poder extreure’n el màxim rendiment, creix de manera clara. Hi ha diverses institucions catalanes, entre elles el CITCEA-UPC (Centre d’Innovació Tecnològica en Convertidors Estàtics i Accionaments), que tracten el problema fent èmfasi en les tècniques de control utilitzades.

Aquest projecte neix, precisament, de les consultes fetes al director del treball, en Daniel Montesinos (director del CITCEA-UPC), que em va guiar en el moment del plantejament d’idees. De fet, la inspiració del treball neix de la tesi doctoral d’en Daniel *Modelització i control d’accionaments elèctrics*, on també s’estudia el PMSM, però es fan servir tècniques de control diferents.

### 1.2 Motivació del projecte

Després d’haver cursat una carrera tant transversal com el Grau en Tecnologies Industrials, que toca tantes vessants de la indústria és normal decantar-se per algun d’ells. En aquest cas, la gestió de l’energia (i tota la innovació tecnològica que comporta) per viure en un món més sostenible sempre m’ha cridat força l’atenció. L’enginyeria elèctrica juga un paper fonamental en aquest sector i, per aquest motiu, la llista de propostes del CITCEA-UPC va ser la meua prioritat a l’hora de buscar idees.

De tota manera, el que més m’interessa de la mobilitat elèctrica ja no és el vehicle en sí, sinó tota la tecnologia que porta darrere, tal i com queda palès en aquest projecte. Aquesta tecnologia és la que pot fer possible, en un futur no tant llunyà com pot semblar, un desmarcatge definitiu dels combustibles fòssils i, per tant, esdevenir una forta contribució a la pal·liació de l’escalfament global.

# CAPÍTOL 2

## Introducció

### 2.1 Objectius del projecte

El principal objectiu d'aquest projecte és implementar i simular el disseny d'un sistema de control per a un motor síncron d'imants permanents (PMSM). Primer de tot es detallen els conceptes teòrics del PMSM per tal de poder-ne realitzar la modelització matemàtica. En segon terme, es proposa la implementació del model (amb Representació Energètica Macroscòpica) i del seu sistema de control (amb Estructura Màxima de Control) tenint en compte certes simplificacions. Per acabar, es procedeix a la simulació del sistema complet del PMSM que s'integra a una *scooter* i es plantegen una sèrie de casuístiques relatives a la interacció del vehicle amb l'entorn. Entre els objectius establerts destaquen:

- Estudi dels diversos tipus de màquines elèctriques que poden actuar com a motors elèctrics per a vehicles.
- Estudi de les diverses tècniques de control del PMSM.
- Establiment del model matemàtic que s'extreu dels fenòmens físics que governen el funcionament del PMSM.
- Estudi i implementació de les parts que conformen el model del PMSM així com dels components del seu sistema de control.
- Validar el funcionament del sistema complet implementat a partir de simulacions.
- Familiaritzar-se amb el programari de simulació *Simulink* de l'entorn de programació *Matlab*.

### 2.2 Abast del projecte

L'abast d'aquest projecte va des de l'estudi teòric del PMSM fins a les simulacions realitzades amb el *Simulink* de *Matlab*, que pretenen validar el comportament del model del sistema implementat a partir de l'estudi de les respostes de certes variables del model del PMSM. La implementació física del sistema no s'ha dut a terme i, atès que es tracta d'un projecte purament acadèmic, no s'han tingut en compte requisits econòmics de cap mena.

## CAPÍTOL 3

# Introducció al motor síncron d'imants permanents

### 3.1 Concepte de màquina elèctrica

Una màquina elèctrica [6] és un dispositiu que s'encarrega de transformar energia elèctrica en energia mecànica i viceversa. Depenent de quin sigui el mode de funcionament es pot parlar de la màquina elèctrica treballant com a motor (obtenint energia mecànica) o com a generador elèctric (obtenint energia elèctrica). En aquest estudi es tracta amb la màquina elèctrica treballant com a motor i, des del punt de vista mecànic, es parlarà de màquina elèctrica rotativa. En aquest tipus de màquines hi ha una part fixa anomenada estator i una part mòbil anomenada rotor que, habitualment, gira a l'interior de l'estator. L'espai d'aire existent entre l'estator i el rotor s'anomena entreferro.

La transformació energètica es duu a terme a partir de la interacció d'un camp magnètic que depèn de la posició de l'eix motriu i d'unes bobines de coure que concatenen les línies d'aquest camp. Amb la variació d'aquest camp magnètic concatenat per les bobines s'aconsegueix establir una diferència de potencial als seus bornes. D'aquesta manera, la quantitat de corrent que aportin les bobines dependrà de la càrrega que es connecti als terminals de les mateixes. Aquesta quantitat de corrent aportat per les bobines es traduirà en la major o menor resistència a l'avanç del camp magnètic influït de manera directa en el valor del parell resistent [5].

### 3.2 Classificació de les màquines elèctriques

La classificació de les màquines elèctriques es pot basar en diversos criteris [5], sent els més destacats: el tipus d'alimentació (corrent continu vs corrent altern); l'origen del camp magnètic d'excitació (imants permanents, bobines o reluctància); l'orientació del camp magnètic (flux radial, axial o transversal).

#### 3.2.1 Tipus d'alimentació

El caràcter de l'ona de tensió amb què treballi la màquina determinarà tant la seva configuració com la seva geometria. D'aquesta manera es pot distingir entre màquines

elèctriques alimentades amb corrent continu (DC) i màquines elèctriques alimentades amb corrent altern (AC).

### 3.2.1.1 Corrent continu, DC:

És el tipus de màquina elèctrica més antic, la primera que es va idear. L'energia elèctrica que es fa servir per a produir moviment es consumeix al rotor, que està format per un apilament de xapes de ferro al silici amb unes ranures que contenen l'enrotllament induït. La bobina de l'induït va connectada a unes làmines metàl·liques anomenades delgues que, juntes, conformen el col·lector de delgues. El col·lector és alimentat externament per unes escombretes que no giren i freguen amb les delgues fent que aquestes es moguin amb el rotor. Per altra banda, l'estator, format per una carcassa de material ferromagnètic i en l'interior del qual s'allotgen a intervals regulars un nombre parell de pols de ferro massís, genera un camp magnètic fixe a partir de les bobines inductores que es disposen al voltant dels pols. Per tal de mantenir el mateix parell en tot instant, el commutador de delgues selecciona les bobines del rotor segons la seva ubicació garantint que l'angle entre els camps magnètics de l'estator i del rotor sigui  $90^\circ$  elèctrics en tot moment (posició de generació de màxim parell) [5]. En la Figura 3.1 es pot observar l'esquema d'una màquina elèctrica de contínua:

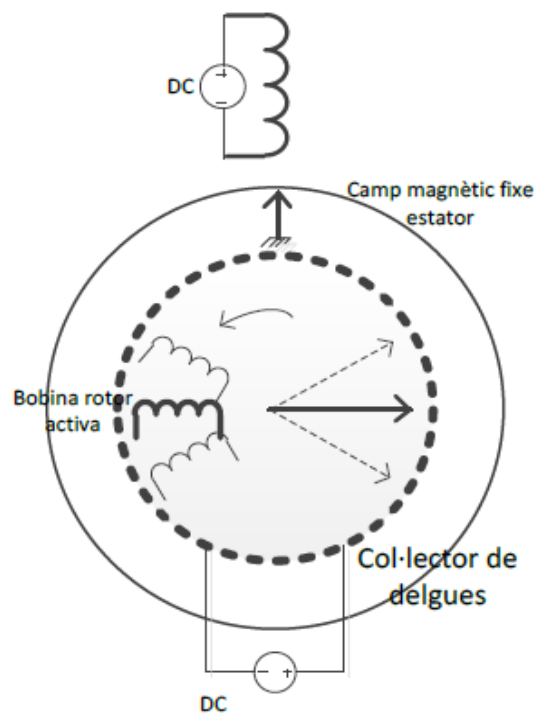


Figura 3.1 Diagrama d'una màquina de contínua

El camp magnètic fixe de l'estator en una màquina de contínua pot ser generat per imants permanents o per bobines. En el segon cas aquest camp magnètic s'anomena camp d'excitació i pot ser alimentat de dues maneres: en sèrie o independent.

Excitació en sèrie:

En la excitació en sèrie el corrent que circula per l'induït i per les bobines de l'estator és el mateix. Durant l'engegada i a poca velocitat, amb l'augment del consum creix l'excitació, de manera que el motor pot donar molt parell. D'altra banda, si se li demana poc parell, l'excitació disminueix i la velocitat augmenta. Aquest és un comportament que s'ha utilitzat molt en tracció elèctrica. Tant l'esquema equivalent d'una màquina elèctrica de contínua amb excitació en sèrie com la seva característica parell-velocitat angular es pot observar en la Figura 3.2:

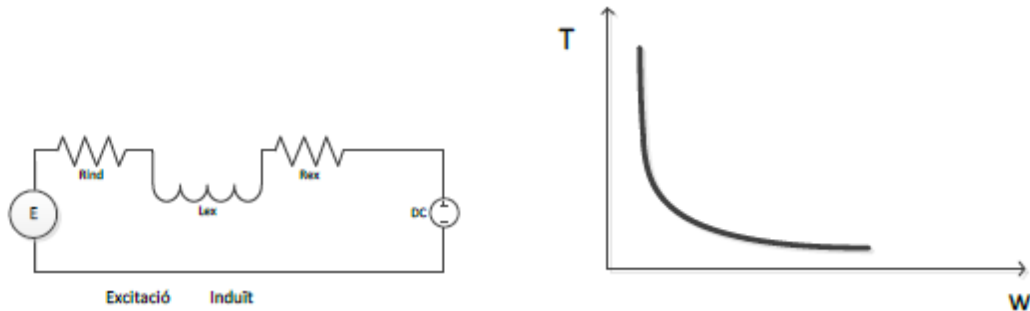


Figura 3.2 Esquema equivalent sèrie i característica T-w

Excitació independent:

En l'excitació independent, com el seu nom indica, l'alimentació de l'estator (excitació) és independent de l'alimentació de l'induït. Aquest fet permet una regulació més acurada tant de la velocitat com de la tensió generades. En aquest cas, si la bobina de l'estator rep un corrent continu constant aquest motor es comporta com si el camp magnètic fixe de l'estator fos generat per imants permanents. La Figura 3.3 mostra l'esquema equivalent d'una màquina elèctrica de contínua amb excitació independent i la seva característica parell-velocitat angular:

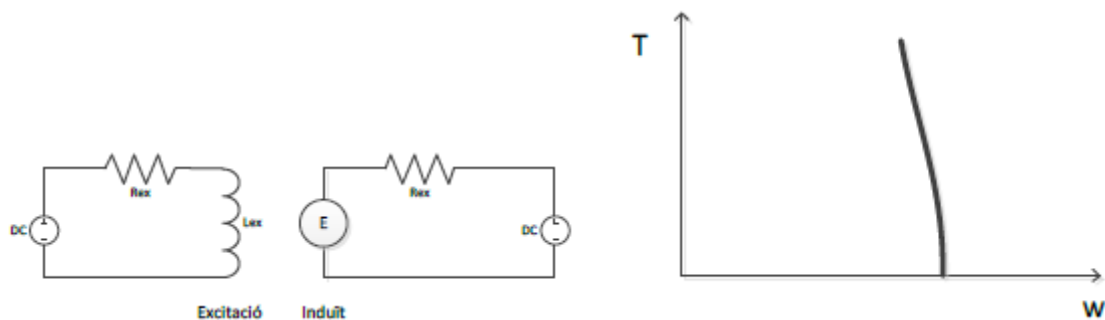


Figura 3.3 Esquema equivalent independent i característica T-w

Dos altres tipus d'excitació menys comuns són l'excitació en paral·lel i l'excitació composta que és una barreja dels altres tres i que permet obtenir unes característiques intermèdies.

### 3.2.1.2 Corrent altern, AC:

Un dels avantatges del corrent altern [6] és que, al contrari que la màquina elèctrica de contínua, no presenta un col·lector de delgues, que no deixa de ser un mecanisme relativament voluminós que pateix un desgast important causat pel fregament de les escombretes sobre el col·lector i la commutació. A més, els motors alimentats amb corrent altern permeten aconseguir fàcilment camps magnètics giratoris. Tot i que la manera més fàcil de fer-ho és mitjançant dos jocs de bobines, orientades perpendicularment i alimentades amb corrents desfasats 90°, el que es coneix com a corrent altern bifàsic (essent les màquines elèctriques d'aquest tipus catalogades com a monofàsiques), el cert és que la xarxa elèctrica no subministra corrent altern bifàsic sinó trifàsic.

#### Monofàsica:

Presenten un debanat a l'estator, l'anomenat debanat inductor. Es caracteritzen per tenir densitats de potència baixes i, generalment, poc rendiment. Com s'ha comentat, el funcionament de la màquina requereix de dues bobines a l'induït que, tot i estar alimentades per la mateixa font, se separen amb un condensador per tal de desfasar la tensió que s'hi indueix. I així s'aconsegueix el moviment rotatori desitjat. La màquina elèctrica monofàsica més utilitzada és la universal que permet el seu funcionament tant si està alimentada amb corrent altern com en continu.

#### Polifàsica:

Són la gran majoria de màquines elèctriques alimentades amb corrent altern, essent trifàsics la major part de motors amb aplicacions industrials. A diferència de les monofàsiques, presenten una densitat d'energia molt gran i el seu rendiment varia segons l'aplicació requerida. Tot i que el més comú dins l'alimentació polifàsica són els motors trifàsics, existeixen motors i generadors de fins a 9 fases, que habitualment es fan servir en cas de fallada d'un dels bobinats, un exemple és la generació eòlica de gran potència.

Les màquines elèctriques alimentades amb corrent altern es divideixen, bàsicament, en dos grans grups: la màquina síncrona i la màquina d'inducció o asíncrona.

#### Màquina síncrona

Si el rotor és un imant permanent o un electroimant que s'alimenta amb corrent continu, pot alinear-se amb el camp magnètic generat per les bobines de l'estator i girar amb ell. En aquest cas és el camp magnètic del rotor el d'excitació. Aquests [6] són els motors anomenats síncrons, atès que la seva velocitat en funcionament normal és precisament la velocitat síncrona. Si el motor es connecta a la xarxa ha de funcionar a velocitat fixa. D'aquesta manera si el rotor gira a qualsevol altre velocitat, el camp magnètic creat per l'estator estaria de forma alternativa avançat i endarrerit i, per tant el parell mitjà seria nul. La Figura 3.4 mostra l'esquema d'una màquina elèctrica síncrona.

Fins fa relativament poc temps, aquest tipus de màquina es feia servir per aplicacions on es podia regular la velocitat de forma externa, com és el cas de les centrals hidràuliques. Però amb l'aparició dels convertidors de freqüència la seva utilitat s'ha estès a aplicacions de



velocitat variable, com ara aplicacions industrials de control de posició amb precisió. Serveixen també per aconseguir una velocitat molt precisa en temporitzadors i programadors electromecànics. Acostumen a treballar amb factors de potència propers a la unitat, fet que permet que s'utilitzin en aplicacions de gran potència i, tot i que poden presentar certa problemàtica en l'engegada, la màquina sol ser senzilla i amb un alt rendiment. Al marge de totes aquestes utilitats, la màquina síncrona també se sol fer servir com a alternador.

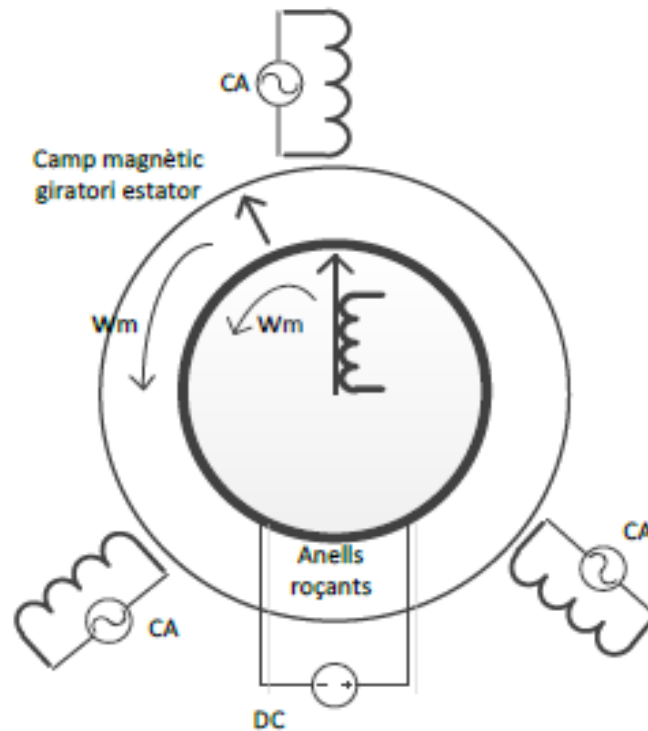


Figura 3.4 Diagrama d'una màquina síncrona

### Màquina d'inducció

El rotor d'una màquina d'inducció està format per un apilament de xapes [6], amb unes ranures destinades a allotjar un enrotllament. Aquest no cal alimentar-lo, ja que és recorregut pel corrent induït per les variacions del camp giratori. D'aquesta manera el camp creat en el rotor es manté aproximadament perpendicular al camp de l'estator, girant amb el mateix estator. Així doncs, la velocitat de rotació del rotor no coincideix amb la velocitat de rotació del camp magnètic de les bobines de l'estator fent que les característiques d'aquests motors depenguin molt de la relació entre la resistència òhmica i l'autoinducció del rotor. Així és que si aquesta resistència és molt petita, la velocitat del motor s'aproxima a la de sincronisme millorant-ne el rendiment en funcionament normal. Per contra, si la resistència és més gran s'obté més parell i menys consum durant l'engegada.

Per altra banda, s'observa que si el rotor girés a la velocitat síncrona, el flux que s'induiria a les seves bobines seria constant i ja no s'hi induiria cap corrent. En la màquina d'inducció, però, en funcionament normal la velocitat de rotació és semblant a la de sincronisme, essent una mica inferior quan la màquina actua com a motor i una mica més gran si la màquina fa de

generador. La diferència entre aquestes dues velocitats s'expressa en valor relatiu a partir del lliscament que, sovint es dóna amb percentatge.

La màquina elèctrica d'inducció [5] és la que s'ha fabricat més al llarg de la història, essent la seva facilitat d'ús i la relativa senzillesa en la fabricació les principals causes. Presenta alts rendiments i el seu factor de potència sol estar entre el 0,8 i el 0,9.

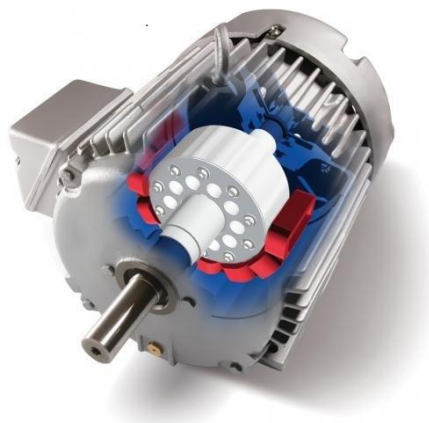
### 3.2.2 Origen del camp magnètic

Una altra de les característiques definidores d'una màquina elèctrica, tant si és alimentada amb corrent continu com amb corrent altern és l'origen del camp magnètic d'excitació. Aquest pot estar generat a partir del corrent que passa per les espirals de les bobines o bé directament amb imants permanents.

#### 3.2.2.1 Imants permanents

La creació del camp magnètic mitjançant imants permanents no consumeix energia i, per tant, és la manera més eficient de fabricar motors elèctrics en l'actualitat. Les màquines fabricades amb imants permanents, per la seva banda, presenten una densitat de potència força elevada i més amb l'aparició de nous imants descoberts capaços d'induir densitats de flux a l'entreferro molt intenses.

Més endavant en aquest capítol es presenta una classificació de les màquines elèctriques d'imants permanents on es contempla, per exemple, la màquina síncrona d'imants permanents com la que apareix en la Figura 3.5.



*Figura 3.5 Màquina síncrona d'imants permanents*

Els motors elèctrics d'imants permanents [1] són motors de doble excitació, és a dir presenten dues fonts d'energia: la pròpia excitació i l'induït. Els motors convencionals que presenten doble excitació i que, com ja s'ha mencionat, són els motors de contínua i els motors síncrons,

aconsegueixen dites excitacions a partir de debanats connectats a fonts externes d'energia elèctrica. En els motors d'imants permanents, una de les dues fonts no requereix ni de debanat ni, per tant, de font externa, atès que és generada per un imant permanent.

Una de les principals diferències entre els motors d'imants permanents i els motors de doble excitació convencionals [2] és la inexistència en els primers de les pèrdues en el coure del debanat, atès que, òbviament, aquest ha quedat substituït per l'imant. Aquest és el principal tret que fa pensar en una millora energètica notòria en aquest tipus de motors. Una altra diferència, en aquest cas perjudicial per als motors d'imants permanents, és que la intensitat de flux no es pot regular tan fàcilment com en els motors convencionals i aquest fet limita força la capacitat de control sobre el motor.

### 3.2.2.2 Bobines

En aquest cas el camp magnètic és originat pel corrent que circula per les bobines, fet que fa que, contràriament als motors d'imants permanents, hi ha una despesa important de potència, reduint de manera notòria el rendiment de la màquina [5]. Com es pot observar en la Figura 3.6, les bobines generadores del camp magnètic d'excitació poden estar connectades o no a una alimentació, essent un exemple de les primeres les màquines Double Field Induction Generator (DFIG) mostrades en la Figura 3.6(b), i un exemple de les segones les màquines asíncrones conegudes en el mercat com màquina de gàbia d'esquirol, com es pot observar a la Figura 3.6(a).

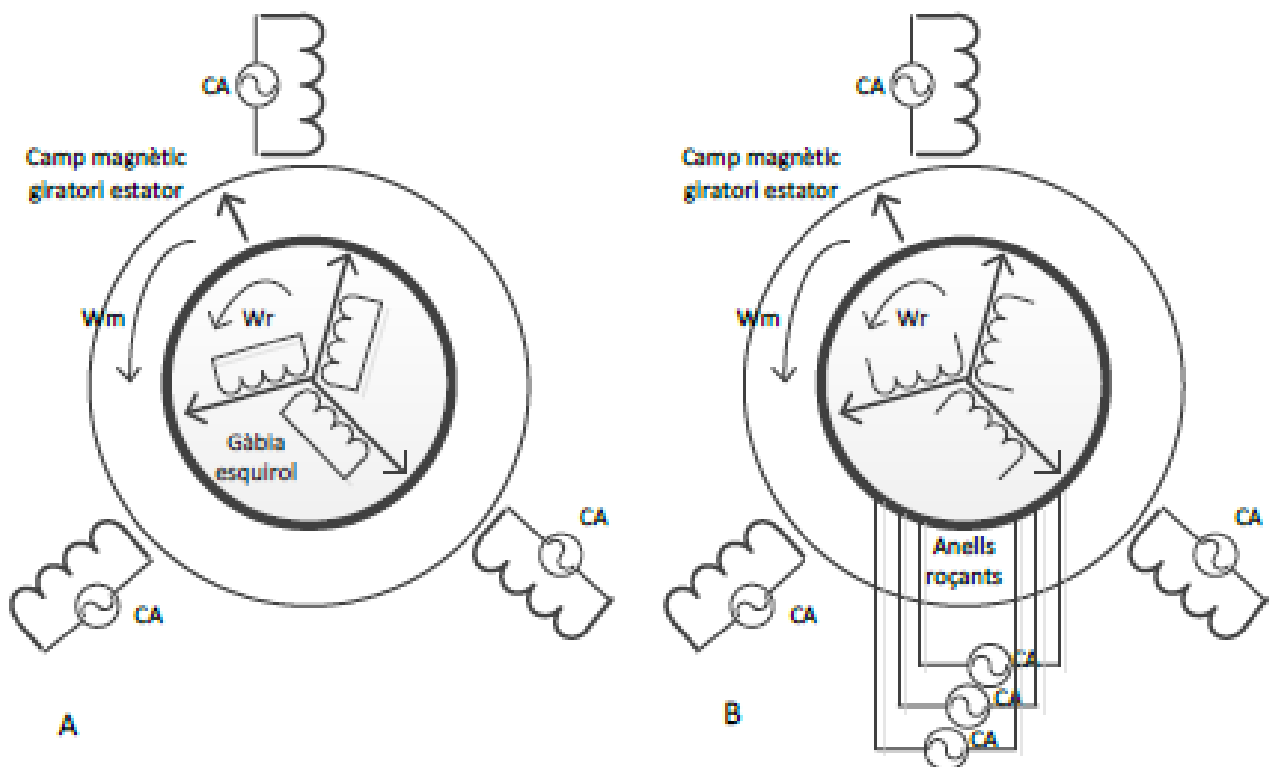


Figura 3.6 Màquines elèctriques amb bobinat com a origen de camp magnètic. (a) màquina d'inducció de gàbia d'esquirol (b) màquina DFIG

Així doncs, les bobines que són alimentades amb font de tensió, ho poden fer en corrent continu (com és el cas de les màquines d'excitació, sèrie o el rotor de la màquina síncrona) o bé amb corrent altern (com el cas de les ja mencionades DFIG o el motor universal).

Per la seva banda, hi ha màquines elèctriques les bobines de les quals no van connectades a cap font d'alimentació, és a dir, estan curtcircuitades. És el cas de la major part de les màquines asíncrones, atès que el camp de l'estator indueix en les bobines curtcircuitades del rotor uns camps magnètics oscil·lators que, com ja s'ha comentat, oscil·len a una velocitat igual a la diferència de velocitats entre el camp magnètic de l'estator i el propi rotor. Les més comercialitzades són les esmentades màquines de gàbia d'esquirol.

### 3.2.2.3 Reluctància

No s'ha comentat amb anterioritat, però hi ha la possibilitat que la màquina elèctrica pugui funcionar sense la necessitat de la creació d'un camp magnètic al rotor. Aquest es limita a adoptar la posició que permet millor el pas del camp magnètic a través seu. De tota manera el seu control és bastant complex i poc pràctic des del punt de vista d'aquest projecte.

## 3.2.3 Orientació del camp magnètic

A l'hora de definir una màquina elèctrica és molt important establir quina és l'orientació que pren el camp magnètic. Segons quin sigui el tipus el camp presentarà una forma completament diferent, com diferents seran també els esforços i les velocitats als quals estarà sotmesa la màquina.

D'aquesta manera podem distingir entre màquines elèctriques de flux radial, màquines elèctriques de flux axial i màquines elèctriques de flux transversal. A continuació es fa una petita pinzellada d'aquests tres tipus d'orientació del camp magnètic.

### 3.2.3.1 Flux radial

Les línies de flux magnètic es disposen en direcció radial, distribuïnt-se de manera perpendicular a l'eix. Al presentar una geometria cilíndrica, totes les seccions del cilindre presenten una mateixa distribució de les línies de flux. La major part de les màquines elèctriques rotatives que s'han fabricat són d'aquest tipus i el seu rotor tant pot ser interior a l'estator com exterior.

### 3.2.3.2 Flux axial

En aquest cas les línies de flux magnètic es disposen de manera paral·lela a l'eix i acostumen a presentar-se en forma de disc. La cara que rep tant la inducció del camp com els esforços és la més gran, perpendicular a l'eix. Aquest tipus de màquines elèctriques presenten més complicacions de fabricació que les primeres, atès que per mantenir un entreferro constant al llarg de tot el radi del disc cal que aquest sigui molt resistent

### 3.2.3.3 Flux transversal

Aquest tipus de màquina presenta una geometria força diferent, ja que, en comptes d'estar constituïda per vàries bobines de coure que envolten les dents d'un material magnètic, disposa de varis nuclis de coure que envolten una bobina gran també de coure. D'aquesta manera el moviment dels imants fa variar el flux que passa per aquests nuclis magnètics tot induint tensió a la bobina principal. En la Figura 3.7 es pot veure una màquina síncrona d'imants permanents que presenta orientació del flux magnètic transversal.

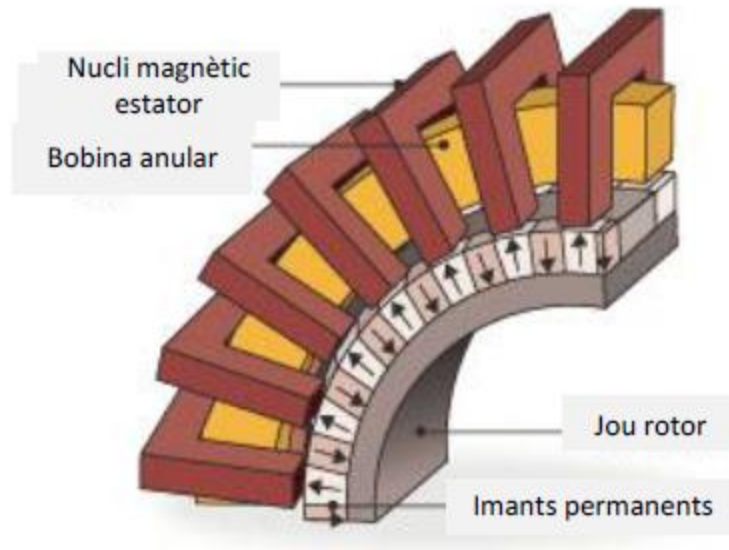


Figura 3.7 Màquina síncrona d'imants permanents de flux transversal

## 3.3 Motors elèctrics d'imants permanents

Com ja s'ha comentat en la introducció del projecte, la màquina elèctrica objecte d'estudi és el motor síncron d'imants permanents, a partir d'ara PMSM. Així doncs, en aquest apartat es posa de manifest quins són els tipus de motors elèctrics d'imants permanents, a partir d'ara motors PM, existents, entre ells el PMSM.

A mode de resum, els motors elèctrics PM, són motors de doble excitació on una de les fonts (la del rotor) és generada per un imant permanent, en detriment del debanat extern. Així s'aconsegueix una millora en l'eficiència energètica.

### 3.3.1 Classificació dels motors elèctrics PM

De manera genèrica els motors elèctrics PM es poden classificar com es mostra a la Figura 3.8.

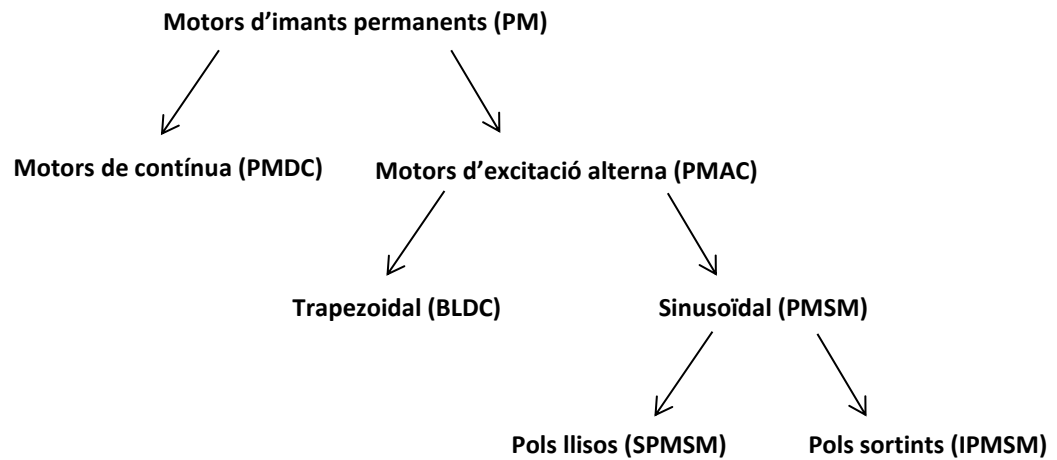


Figura 3.8 Classificació dels motors elèctrics d'imants permanents

La primera classificació que es pot fer [2] és segons el tipus d'excitació del motor. Així doncs, els motors que s'exciten amb corrent continu s'anomenen PMDC i els que s'exciten amb corrent altern s'anomenen PMAC. Estructuralment, els motors PMDC són molt semblants als motors de contínua convencionals, és a dir que el col·lector, les delgues i les escombretes fan la seva funció habitual i, simplement, es diferencien en que la font d'excitació no és un debanat sinó que és un imant permanent. Per tant, els inconvenients que presenta un motor convencional de contínua també els presenta el PMDC. Per la seva banda, els motors d'excitació alterna PMAC són motors síncrons dotats d'imants permanents al rotor, eliminant l'existència dels anells rodants presents al motor síncron convencional. Aquests motors presenten doncs un alt grau de senzillesa en la seva construcció i un nivell de manteniment força baix. Com al rotor només hi ha la presència d'imants permanents és pot jugar amb la mida d'aquests i fer-los més petits per tal de reduir la inèrcia o, també, adequar-ne la mida en base a la funció de l'aplicació pel qual s'ha de fer servir el motor. Pel que fa a la baixa inèrcia del rotor, permet que el motor sigui molt adequat per usar-se en aplicacions amb alts requeriments dinàmics, com ara la robòtica. Tot això fa que el motor PMAC sigui el tipus més atractiu de motor PM de cara a la indústria. De tota manera, i més enllà del cost dels imants permanents, presenten l'inconvenient de la necessitat d'incloure un sensor de posició del rotor per tal d'assegurar la sincronització entre els corrents injectats a l'estator i dita posició del rotor.

D'aquesta manera s'arriba a una segona classificació dins d'aquests motors PMAC, que es poden dividir en dos grups, els de tipus trapezoïdal BLDCM i els de tipus sinusoïdal PMSM com es mostra en la Figura 3.8. En els motors PMAC trapezoïdals, o simplement motors BLDCM, s'indueix una *f<sub>cem</sub>* de forma trapezoïdal als debanats de l'estator causada per la pròpia rotació dels imants permanents del rotor. En canvi, en els motors PMAC sinusoïdals (PMSM) la forma d'aquesta *f<sub>cem</sub>* induïda a l'estator és sinusoïdal. Aquesta distinció depèn de la distribució espacial dels debanats de l'estator. Per tal de produir un parell constant, els motors BLDCM

s'han d'excitar amb un corrent de fase de forma rectangular, coincidint amb la part plana de la trapezoide, mentre que en els PMSM, el corrent de fase ha de ser sinusoidal.

Els motors PMAC trapezoidals prenen el nom BLDCM, ja que se'ls anomena també motors de contínua sense escombretes, atès que el seu control és molt semblant al motor de contínua convencional, tot i que la commutació no es duu a terme de manera mecànica amb el commutador de delgues, sinó que es fa mitjançant l'electrònica. Tot i que el control d'aquests motors presenta un grau de senzillesa superior al dels motors PMSM, el cert és que han quedat rebutjats en aplicacions d'altres prestacions per la presència d'un arrissat de parell degut a les commutacions entre fases. Per la seva banda, motors PMAC sinusoidals es van establir sobre la dècada dels 70 i els 80 gràcies a la possibilitat d'implementar el control d'aquests motors usant les tècniques del control vectorial, que fins aleshores s'havien usat en les màquines d'inducció [2]. L'atenció que se'ls està prestant actualment està creixent en els darrers anys, essent el tipus de motor PMAC més adequat. Com és un tipus de motor molt relacionat a la màquina síncrona convencional, també se l'anomena PMSM (motor síncron d'imants permanents).

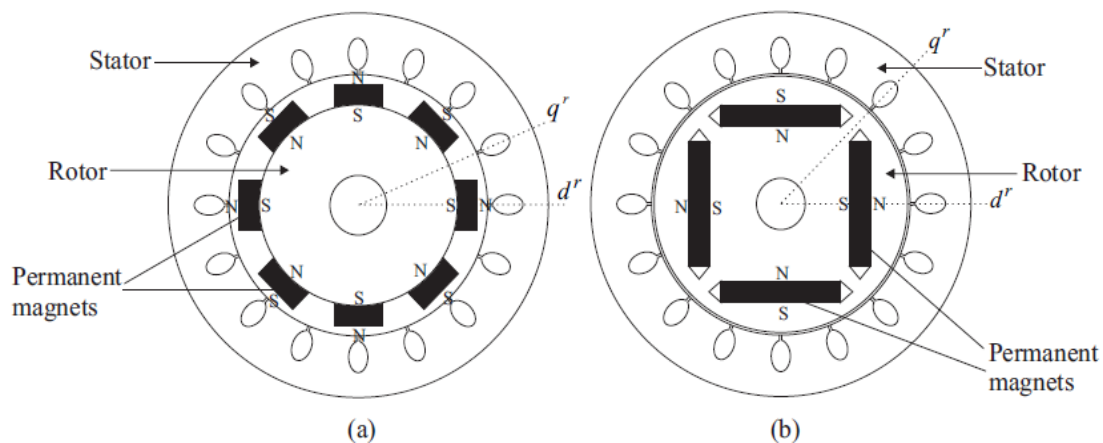


Figura 3.9 Seccions de diferents tipus de motors PMSM. (a) Pols llisos (SPMSM) (b) Pols sortints (IPMSM)

Per últim, els motors PMSM poden adoptar dues configuracions de rotor diferents, depenent de com els imants permanents estan ubicats al seu interior. Aquestes dues configuracions es poden veure a la Figura 3.9. En els motors de pols llisos (SPMSM) els imants estan muntats a la superfície del rotor, mentre que al motor de pols sortints (IPMSM) els imants estan a l'interior del rotor. El flux magnètic creat pels imants del rotor defineix l'eix  $d'$ , tal i com es pot observar a les Figures 3.9(a) i 3.9(b). L'eix  $q'$  es defineix com l'eix que està en quadratura elèctrica (90° elèctrics) amb el  $d'$ . La col·locació dels imants a l'interior del rotor provoca que el camí magnètic dels eixos  $d'$  i  $q'$  tingui diferent reluctància i, com a conseqüència, diferent inductància. Atès que es considera que la permeabilitat dels imants és la mateixa que la de l'aire, l'entreferro efectiu en l'eix  $d'$  del motor IPMSM és major que en l'eix  $q'$ , presentant una reluctància major i, com a resultat una inductància menor. Així doncs,  $L_q > L_d$  en el motor IPMSM. Per acabar, cal destacar que les inductàncies en el motor SPMSM són iguals.

### 3.4 Motor síncron d'imants permanents PMSM

Des del seu sorgiment, els PMSM han estat utilitzats en àrees molt específiques, però arrel del descobriment de nous materials magnètics com ara el NdFeB o l'SmCo, la seva utilització en tracció elèctrica ha començat a prendre rellevància [4]. Com ja s'ha esmentat, aquest tipus de motor PM pot ser dissenyat amb una alta densitat de potència, una alta velocitat i una eficiència energètica notable, i això és degut a l'ús d'aquests materials com a mecanisme d'excitació [3].

Així doncs, entre les dècades dels 60s i els 70s el SmCo<sub>5</sub> va començar a ser comercialment produït i, avui en dia, és un material magnètic dur perfectament establert. Presenta una alta densitat de flux romanent, una alta força coercitiva, una corba de desmagnetització lineal i un baix coeficient de temperatura. Tots aquests avantatges fan que sigui un material molt aplicable a motors PM de baix volum, tot i que el cost dels dos materials el Sm i el Co és relativament elevat.

D'aquesta manera, en els últims anys s'ha invertit més en una segona generació de materials magnètics com ara el Nd i el Fe, força més barats. El NdFeB presenta unes millors propietats magnètiques que el SmCo, tot i que només a temperatura ambient. Així és, que tant la seva corba de desmagnetització com en especial la força coercitiva són molt dependents de la temperatura.

Hi ha altres materials com les ferrites o l'Alnico que també presenten bones propietats per ser utilitzats en els motors PM. Per exemple, els primers presenten una bona força coercitiva mentre que els segons tenen una alta densitat de flux romanent i uns baixos coeficients de temperatura. En la Figura 3.10 es mostren les corbes de desmagnetització de tots aquests materials descrits.

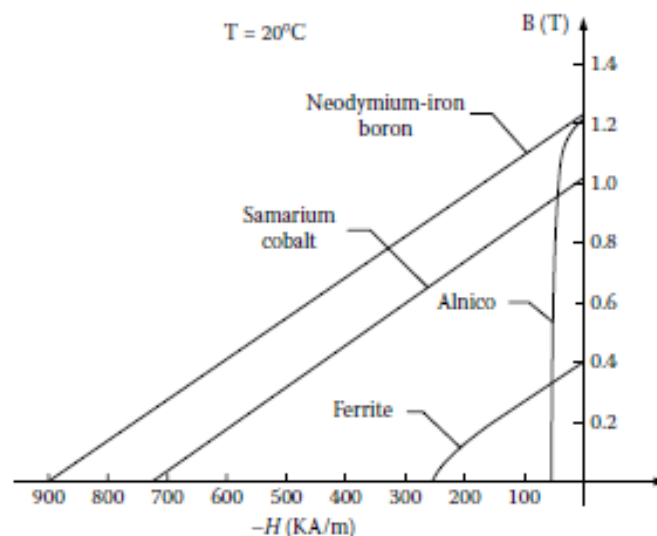


Figura 3.10 Corbes de desmagnetització dels diferents materials PM



### 3.4.1 Característiques dels PMSM

De manera resumida, el PMSM funciona a partir de la variació del flux del camp magnètic generat pels PM del rotor, que indueix una força contraelectromotriu,  $f_{cem}$ , a les bobines de l'estator i es genera un parell electromecànic com a conseqüència d'aquesta  $f_{cem}$  i dels corrents que circulen per l'estator.

El PMSM presenta les següents característiques [3], algunes de les quals ja han estat comentades, i s'han classificat en avantatges i inconvenients:

#### Avantatges

- *Alta eficiència:* la utilització de PMs, que no consumeixen potència, com a excitació redueix les pèrdues per fricció mecànica degut a que no s'utilitzen ni commutadors mecànics ni escombretes.
- *Baix manteniment:* al no haver escombretes ni commutadors no s'ha de fer una mantenció regular, al marge de que sense aquests elements el risc de fallida de la màquina disminueix notablement. D'aquesta manera el cicle de vida de la màquina només depèn de la longevitat dels imants i de l'aïllament de les bobines de l'estator.
- *Facilitat en la refrigeració:* com que el rotor és un imant i no està dotat de bobines, no hi circula corrent i, per tant, el rotor no s'escalfa. Així doncs, l'únic element del motor que s'escalfa és l'estator i aquest presenta una major facilitat a l'hora de refrigerar-lo.
- *Dimensionament:* els tipus de PM anteriorment esmentats generen grans densitats de flux. Aquest fet permet aconseguir elevats parells i, per tant, permet la construcció de motors més petits i lleugers.
- *Facilitat en el control:* el PMSM pot ser controlada de manera igual de senzilla que la màquina de contínua, atès que el control de les variables és molt accessible i constant al llarg del període operacional del motor.
- *Baixes emissions de soroll:* Al fer-se la commutació de manera electrònica i no mecànica és imperceptible el soroll del motor.

#### Inconvenients

- *Cost:* els materials magnètics als quals s'ha fet referència són un dels principals motius pels quals el cost del PMSM sigui notòriament elevat respecte d'altres motors.
- *Limitació de la capacitat d'alta velocitat:* els PMSM amb pols llisos (amb els imants muntats a la superfície del rotor) son incapaços de treballar a altes velocitats degut a la limitació de les forces mecàniques establertes entre el propi rotor i els imants.
- *Seguretat en la fabricació:* els materials magnètics usats per a la creació d'aquest tipus de motors representen un perill pel que fa a l'atracció que generen sobre materials metàl·lics que poden causar certs danys.
- *Desmagnetització dels imants:* els imants poden ser desmagnetitzats degut a les altes temperatures o a forces magnetomotrius oposades durant un interval de temps prolongat. De totes maneres cada material magnètic té la seva força de desmagnetització característica.

- *Errors en l'inversor del motor:* al estar els PMSM dotades de PM, s'incrementa el risc quan hi ha curtcircuits en l'inversor. De fet, el rotor rep energia de manera permanent i indueix la  $f_{cem}$  a les bobines de l'estator constantment. Els corrents que circulen per les bobines de l'estator són força elevats si hi ha un curtcircuit en l'inversor i això pot ser perillós quan es parla de tracció elèctrica. D'altra banda un curtcircuit en l'inversor pot desmagnetitzar del tot l'imant i destruir-lo.

### 3.4.2 Fonaments de control del PMSM

El corrent que circula per les bobines de l'estator d'un PMSM, ve determinat tant per la  $f_{cem}$  que indueix el rotor com de la font de tensió i, evidentment, del control. Del control d'aquesta corrent en dependrà el parell i la velocitat obtingudes a partir d'una carrega donada [3].

Els PMSM són motors síncrons i, per tant, només poden produir parell de manera acurada quan la posició del rotor està en perfecta sincronia amb els corrents de l'estator [2]. La primera manera aproximada de fer-ho és la mesura contínua de la posició absoluta del rotor mitjançant un sensor de posició. Aquest concepte, tal i com es pot veure en la Figura 3.11, s'anomena auto-sincronització i assegura que el PMSM no surt de la sincronia mentre opera el motor.

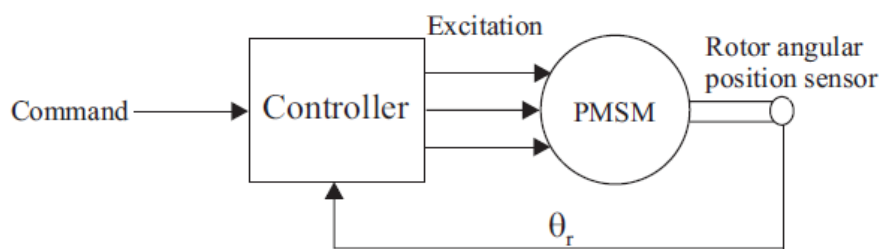


Figura 3.11 Concepte d'auto-sincronització d'un PMSM

#### 3.4.2.1 Control $V/f$

Aquest tipus de control és possible implementar-lo en un PMSM si aquest incorpora debanats d'esmoreïment en forma de gàbia d'esquirol [1]. Els debanats de la gàbia d'esquirol són semblants als d'un motor d'inducció, de manera que produeixen un parell asíncron quan el PMSM no gira a la velocitat de sincronisme. D'aquesta manera, el parell asíncron produït pels debanats d'esmoreïment de la gàbia d'esquirol produït en el període d'asincronisme retorna el PMSM al mode d'operació síncron assegurant el sincronisme de l'operació en tot moment. Aquest fet fa possible la utilització d'un simple algoritme de control en llaç obert  $V/f$  que, tal i com es pot observar en la Figura 3.12 aconsegueix el control de la velocitat en aplicacions que no requereixen altes respostes dinàmiques, com ara bombes i compressors.

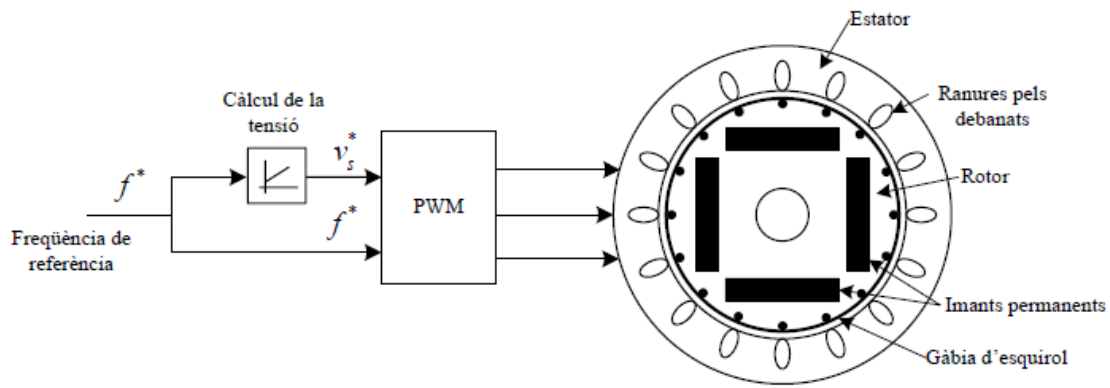


Figura 3.12 Control V/f enllaç obert d'un PMSM amb gàbia d'esquirol

A més a més, aquest debanat d'esmoreïment fa possible la connexió directa del PMSM a la xarxa. Però la inclusió d'aquests debanats al rotor en fa més complicat el seu disseny, n'encareix el preu i li fa augmentar la mida. A més, en redueix l'eficiència energètica i només es pot fer servir en els PMSM de pols sortints.

Així doncs, si el PMSM no inclou aquests debanats d'esmoreïment en forma de gàbia d'esquirol, que és el més normal a nivell de disseny i fabricació, el control V/f esdevé més complicat. El fet que no hi hagi aquests debanats d'esmoreïment fa que no es pugui garantir la operació estable del PMSM degut a que no es pot assegurar la sincronització. Així doncs, si es vol fer un control V/f del motor sense debanats d'esmoreïment, és necessària la informació de la velocitat del rotor per aconseguir la sincronització entre ell i l'excitació del motor. En aquest cas, el sistema de control ha de ser dissenyat en llaç tancat, mesurant la velocitat i modulant la freqüència d'excitació mitjançant les pertorbacions de la velocitat. La Figura 3.13 mostra aquesta tècnica de control.

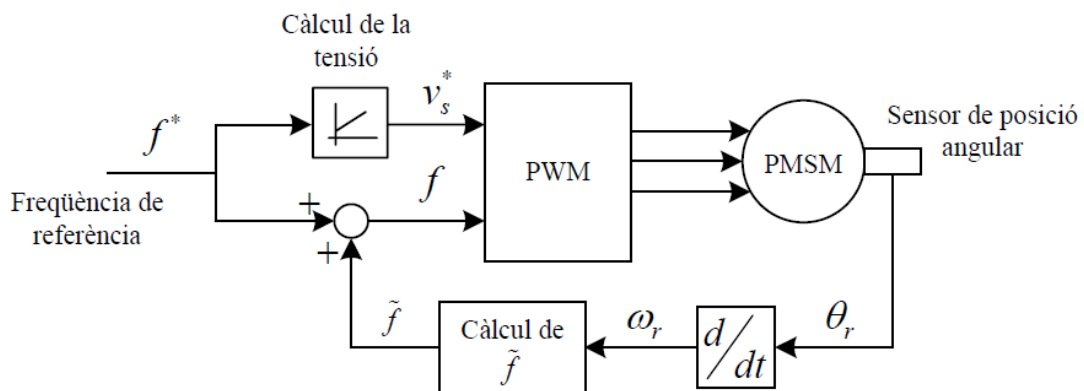


Figura 3.13 Control V/f d'un PMSM sense gàbia d'esquirol

### 3.4.2.2 Control vectorial

Millors prestacions que les ofertes pel control V/f s'obtenen incorporant el control del parell i la velocitat, és a dir, tancant els seus respectius llaços, així com el de la posició. Com ja s'ha comentat amb anterioritat i, també es mostrarà en capítols posteriors, el parell produït per la PMSM està directament relacionat amb els corrents que circulen per l'estator. D'aquesta manera, si es vol tancar el llaç de parell és necessari mesurar aquests corrents. A més a més, per la naturalesa de motor síncron que presenta el PMSM, aquests corrents mesurats hauran d'estar sincronitzats amb la posició del rotor en tot moment per tal de produir el parell adequat en tot moment. Això fa que la posició del rotor també hagi d'estar mesurada en tot instant de temps. Aquest control de parell es duu a terme de manera indirecta a través del vector de corrent de l'estator i del model del motor en la referència en sincronisme al rotor. Això últim fa que els corrents esdevinguin constants quan el motor opera en estat estacionari. I aquest és el motiu pel qual aquest tipus de control del PMSM s'anomena control vectorial: el que es controla són les components del vector de corrent per tal que el PMSM desenvolupi el parell requerit.

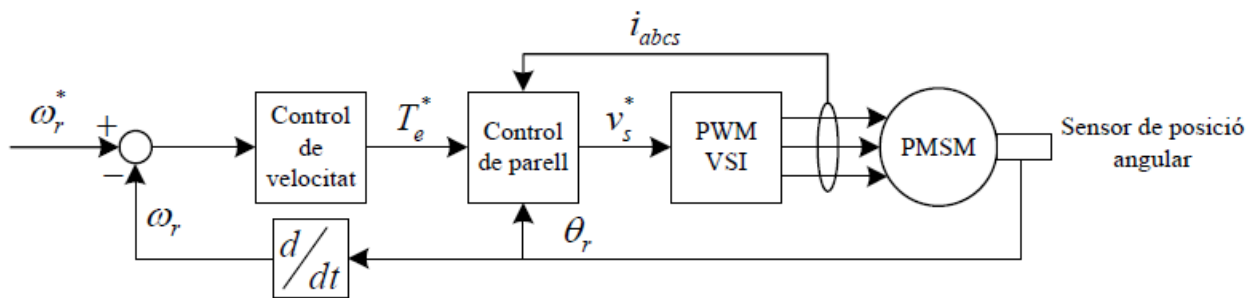


Figura 3.14 Control vectorial d'un PMSM

Per altra banda, el control de la velocitat pot ser implementat com un llaç extern al llaç de parell tal i com es mostra en la Figura 3.14. Amb el sensor de posició utilitzat per al control de parell es pot obtenir, derivant el *feedback* que ens permet conèixer la posició, la mesura de la velocitat. La sortida d'aquest controlador de la velocitat donarà la consigna de referència a l'anterior llaç de parell. També es pot controlar la posició tancant un altre llaç extern al de la velocitat i, així, donar referència de velocitat al mateix llaç de velocitat. Aquest tipus de control permet aconseguir unes altes prestacions dinàmiques en un PMSM i es fa servir en la majoria d'aplicacions de robòtica i de posicionament i control de la velocitat d'aplicacions d'alta dinàmica com la tracció elèctrica.

Per tal d'aconseguir un control de parell més ràpid, hi ha una altra tècnica de control anomenada control directe de parell (DTC) per als PMSM. Amb el DTC s'obtenen unes prestacions dinàmiques inclús més elevades que en el cas del control vectorial, però presenta una sèrie d'inconvenients. Aquesta tècnica es fa amb controladors per histèresi que provoquen que l'arissat de parell pugui ser molt elevat i es requereix d'una acurada estimació del flux i del parell. Una discussió detallada d'aquesta tipus de control es pot trobar en [7].

### 3.4.2.3 Eliminació del sensor de posició

Totes les tècniques descrites fins ara per tal de controlar un PMSM, exceptuant la que incorpora els debanats d'esmoreïment en forma de gàbia d'esquirol, requereixen d'un sensor de la posició del rotor per poder operar de forma correcta. Aquest sensor, que s'ha de muntar al rotor, presenta un seguit d'inconvenients que fan desitjable la seva eliminació. Per començar els sensors de posició tenen un cost elevat i incrementen el cost total del sistema. A més a més, l'acoblament mecànic entre l'eix del motor i el sensor afegeix complexitat i més cablejat. Alguns sensors són sensibles a la temperatura, degradant les seves característiques quan la temperatura del sistema excedeix uns determinats límits. Si a més és té en compte l'afectació del sensor degut a les vibracions i el fet de que aquests presenten un rang de velocitat limitat d'operació, és fa força recomanable buscar tècniques de control que no requereixin d'aquest dispositiu. Així, es redueixen tant la complexitat com el cost del sistema i se n'incrementen la seva robustesa i fiabilitat.

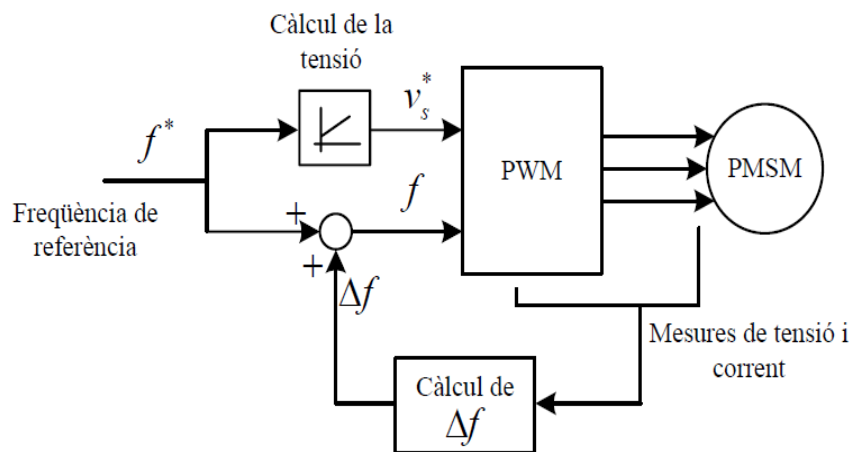


Figura 3.15 Control V/f d'un PMSM sense sensor de posició

Per al control V/f, es poden trobar altres maneres, sense el sensor de posició, per a fer que el motor treballi a la velocitat síncrona. Tal i com mostra la Figura 3.15, hi ha la possibilitat d'utilitzar les mesures de les tensions i els corrents aplicats a l'estator, o el corrent del bus de contínua, per tal de modular la freqüència aplicada al motor i, d'aquesta manera, aconseguir l'operació síncrona del PMSM.

Per la seva banda, per al control vectorial cal estimar en cada instant de temps la posició per a poder aplicar el parell que assegura l'operació síncrona. Això es fa amb la mesura de tensions i corrents aplicades al motor o de les variables del bus de contínua, tal i com es pot veure en la Figura 3.16.

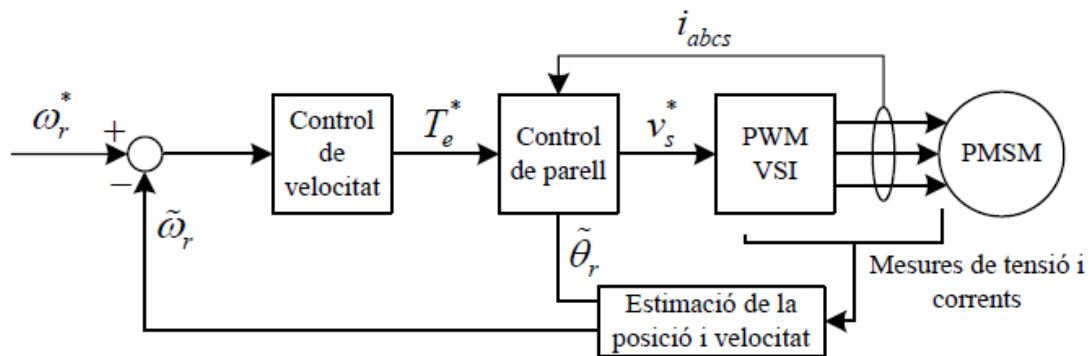


Figura 3.16 Control vectorial d'un PMSM sense sensor de posició

### 3.4.3 Estat de l'art del PMSM

En aquest apartat es pretén realitzar una visió global del que ha estat la recerca en el control dels PMSM al llarg de les últimes dècades.

L'any 1986, Sebastian T., G. R. Selmon i Rahman M. F. van realitzar un anàlisi dels avantatges que presentava el PMSM i es va presentar el circuit elèctric equivalent (o model) d'aquestes màquines. Es van comparar els resultats obtinguts en les simulacions amb els que s'havien extret de les proves experimentals al laboratori.

El 1988, Pillay i Krishnan R. van presentar els accionaments del PMSM. Com a complement d'aquest treball, el mateix any van presentar el model de la màquina. Es va presentar l'aplicació del control vectorial així com també el model i la simulació del seu sistema d'accionament. Es van estudiar diferents corbes d'eficiència obtingudes amb la implementació d'una tècnica de modulació d'amplada de pulsació (PWM) i controladors d'histèresi del corrent. Finalment, es va passar a la validació experimental de l'eficiència de l'accionament.

L'any 1991, R. Wu i G.R. Selmon van presentar un accionament del PMSM sense sensor de posició, mitjançant un accionament molt simple.

El 1997, Wijanayake A. H. i Schmidt P. B. van descriure el desenvolupament d'un model en dos eixos del PMSM, considerant les variacions dels paràmetres magnètics i les pèrdues en el nucli.

Ja al 2001, Bose B. K. va presentar diversos tipus de màquines síncrones i va fer-ne una comparativa amb els motors d'inducció. En aquest mateix any, Bowen C., Jihua Z. i Zhang R. van ser els encarregats d'enfocar el model i la simulació d'un PMSM alimentat amb un inversor de 6 estats basat en la tècnica dels vectors espacials.

L'any 2003, M. E. Haque, L. Zhong i Rahman M. F. proposen un accionament del PMSM sense sensor de posició amb una estimació inicial de la posició del rotor, entrant en detall també en altres tècniques d'estimació de la posició del rotor.

El 2007, X. Xi, Z. Meng i L. Yongdong presenten un nou control directe de parell (DTC) sense sensor de posició mitjançant un filtre de Kalman i també es fan ressò d'algunes tècniques d'estimació de la posició del rotor.

L'any 2008, F. Zhou, J. Yang i B. Li van realitzar la implementació d'un observador de la velocitat basat en un sistema adaptable a un model de referència per a un PMSM.

## CAPÍTOL 4

# Modelització matemàtica del motor síncron d'imants permanents

### 4.1 Introducció

Com qualsevol altra màquina elèctrica, el motor síncron d'imants permanents (PMSM) presenta un seguit d'equacions que la descriuen i que ajuden a entendre el seu comportament electromecànic. Aquestes equacions conformen el que s'anomena model matemàtic de la màquina i són una simple traducció dels fenòmens físics que intervenen en el seu funcionament. Així doncs, per a poder analitzar correctament el comportament del motor i per a poder dissenyar qualsevol tipus de control sobre ell s'ha de dur a terme un correcte desenvolupament de l'esmentat model. De tota manera, i per tal de simplificar la complexitat del model, s'assumeixen una sèrie de suposicions.

En aquest capítol es presenta primerament el model amb les equacions en variables de la màquina per, seguidament, anar aplicant un seguit de transformacions i presentar el model en la referència en sincronisme amb el rotor. Un cop realitzada la transformació, es presenten l'equació que permet calcular el parell mecànic produït pel motor a partir de la conversió electromecànica i l'equació mecànica del sistema motor-càrrega. Finalment, es presenten els diferents modes d'operació existents per al PMSM.

### 4.2 Equacions del PMSM en variables de la màquina

La Figura 4.1 mostra un diagrama conceptual d'un PMSM que, en aquest cas, és un motor trifàsic d'un parell de pols amb imants a l'interior. Aquest PMSM presenta els tres debanats trifàsics de l'estator com a  $aa'$ ,  $bb'$  i  $cc'$  en la seva direcció de corrent. Aquests debanats són idèntics, separats  $120^\circ$  i presenten una distribució sinusoidal amb connexió en estrella. Cada debanat està dotat de  $N_s$  espirals amb una resistència equivalent  $R_s$ .

Els eixos  $a_s$ ,  $b_s$  i  $c_s$  són els eixos magnètics de les fases de l'estator  $a$ ,  $b$  i  $c$ , respectivament. La Figura 4.1 mostra també els eixos en directe ( $d'$ ) i en quadratura ( $q'$ ) de la màquina, que són els eixos síncrons amb el rotor, com s'explica més endavant.



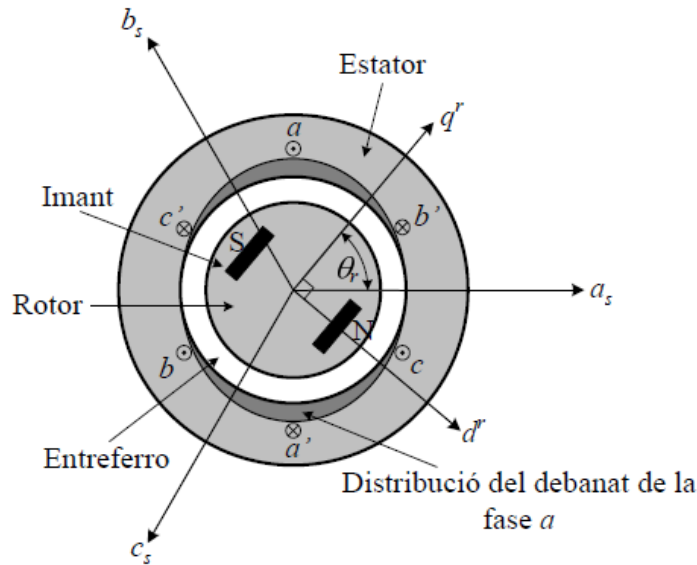


Figura 4.1 Diagrama conceptual d'un PMSM amb un parell de pols

Tot seguit es presenten les suposicions i simplificacions [8] realitzades per a la reducció de la complexitat del model:

- La distribució espacial dels debanats se suposa perfectament sinusoidal, així com la força magnetomotriu produïda per l'estator.
- No es té en compte l'efecte tèrmic sobre la resistència de l'estator ni sobre el flux de l'imant permanent.
- No es considera l'efecte de saturació de les inductàncies, atès que es considera que el material magnètic presenta un comportament lineal.
- No es consideren les pèrdues en el nucli (en el ferro).

A partir d'aquí, es poden obtenir les equacions elèctriques del motor en forma matricial de la següent manera:

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{i}_{abcs} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \quad (4.1)$$

On  $\mathbf{v}_{abcs}$  és el vector de tensions de l'estator,  $\mathbf{R}_s$  és la matriu de resistències de l'estator,  $\mathbf{i}_{abcs}$  és el vector de corrents de l'estator i  $\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$  és el vector del flux concatenat per l'estator. Aquests vectors i matrius estan definits per:

$$\mathbf{v}_{abcs} = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix}; \mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}; \mathbf{i}_{abcs} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\lambda}_{abcs} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

El vector del flux concatenat per l'estator  $\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$  està relacionat amb el flux creat pels imants permanents del rotor i el creat pels propis corrents de l'estator de la següent manera:

$$\boldsymbol{\lambda}_{abcs} = \boldsymbol{\lambda}_{abcs(s)} + \boldsymbol{\lambda}_{abcs(r)} \quad (4.3)$$

El flux creat pels propis corrents de l'estator  $\lambda_{abcs(s)}$  a (4.3) queda definit per:

$$\lambda_{abcs(s)} = \begin{bmatrix} L_{aas} & L_{abs} & L_{acs} \\ L_{bas} & L_{bbs} & L_{bcs} \\ L_{cas} & L_{cbs} & L_{ccs} \end{bmatrix} \cdot i_{abcs} \quad (4.4)$$

On  $L_{aas}$  és la inductància pròpia del debanat de la fase  $a$  i  $L_{abs}$  i  $L_{acs}$  són les inductàncies mútues entre els debanats de les fases  $a$  i  $b$ , i  $a$  i  $c$ , respectivament. La notació per a les altres dues fases és la mateixa.

El flux creat per l'imant del rotor  $\lambda_{abcs(r)}$  a (4.3) queda definit de la manera següent:

$$\lambda_{abcs(r)} = \lambda_m \cdot \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

On  $\lambda_m$  és l'amplitud del flux concatenat per l'estator creat per l'imant permanent del rotor i vist des dels debanats de l'estator.

Les inductàncies de (4.4) són descrites a continuació, tenint en compte que s'estudia el cas més general d'un PMSM que és el de pols sortints (el PMSM de pols llisos és només un cas particular del primer). Així doncs, en el PMSM de pols sortints, com que l'entreferro no és uniforme, tant les inductàncies pròpies com les mútues dels debanats de l'estator són funció de la posició del rotor. Aquí es mostren les expressions finals d'aquestes inductàncies, però es pot trobar una explicació més detallada de la seva obtenció a [9].

Les inductàncies pròpies dels debanats de l'estator s'expressen de la següent forma:

$$L_{aas} = L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos(2\theta_r) \quad (4.6)$$

$$L_{bbs} = L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.7)$$

$$L_{ccs} = L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.8)$$

On  $L_{ls}$  és la inductància de dispersió que, al ser els tres debanats idèntics, és igual per a tots. Els paràmetres  $L_A$  i  $L_B$  venen donats per les següents expressions:

$$L_A = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \cdot \pi \mu_0 r l \varepsilon_1 \quad (4.9)$$

$$L_B = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \cdot \pi \mu_0 r l \varepsilon_2 \quad (4.10)$$

On  $r$  és el radi des del centre de la màquina fins la circumferència interior de l'estator i  $l$  és la llargada axial de l'entreferro de la màquina. Per la seva banda,  $\mu_0$  és la permeabilitat de l'aire, mentre que  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  queden determinats per les següents expressions:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{g_{\min}} + \frac{1}{g_{\max}} \right) \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{g_{\min}} - \frac{1}{g_{\max}} \right) \quad (4.12)$$

On  $g_{\min}$  i  $g_{\max}$  són les llargàries mínima i màxima de l'entreferro, respectivament.

Les inductàncies mútues entre els debanats de l'estator s'expressen de la següent manera:

$$L_{abs} = L_{bas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.13)$$

$$L_{acs} = L_{cas} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.14)$$

$$L_{bcs} = L_{cbs} = -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos(2\theta_r) \quad (4.15)$$

Finalment, es pot expressar la matriu de flux concatenat  $\lambda_{abcs}$  de la següent manera:

$$\lambda_{abcs} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} = \mathbf{L} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \lambda_m \cdot \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

On la matriu  $\mathbf{L}$  queda definida per:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos(2\theta_r) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos(2\theta_r) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cdot \cos(2\theta_r) & L_{ls} + L_A - L_B \cdot \cos\left(2\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

### 4.3 Equacions del PMSM en referència de sincronisme amb el rotor

És evident que les equacions diferencials desenvolupades fins ara que descriuen el comportament dinàmic del motor, no conformen un model apte per a l'anàlisi. L'expressió (4.16) sense anar més lluny conté termes que depenen de la posició del rotor i aquesta dependència fa que l'anàlisi del model sigui més complex, pel caràcter no lineal de les equacions diferencials.

Així doncs, en aquests casos s'utilitza un canvi de base a fi i efecte d'eliminar la dependència de la posició de del rotor dels coeficients de les equacions. L'objectiu de la transformació consisteix en referenciar les variables del motor en una referència que gira de manera arbitrària en el cas general i que és la referència de sincronisme amb el rotor en el cas particular d'estudi, atès que és la única referència interessant a l'hora d'obtenir unes expressions més senzilles de les equacions del PMSM.

La transformació que fa possible aquest canvi de referència és la transformada de Park, que s'explica de manera detallada en l'annex B. Per ara és suficient amb donar un cop d'ull a la Figura 4.2 on es poden veure els eixos  $a_s$ ,  $b_s$  i  $c_s$  estacionaris i els eixos  $d_s$  i  $q_s$  rotatius de Park.

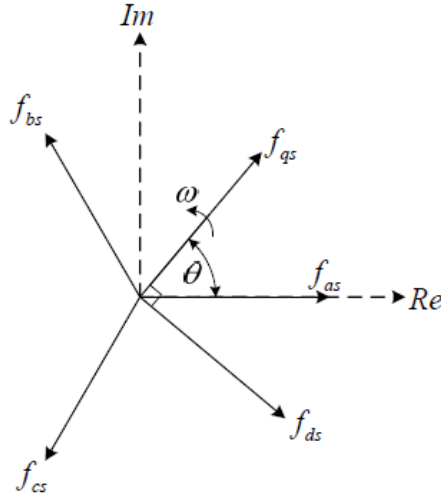


Figura 4.2 Eixos presents en la transformada de Park

A partir de la Figura 4.2 es defineixen els eixos  $d^r$  i  $q^r$  (referència en sincronisme amb el rotor) quan  $\theta = \theta_r$ . I, com es detalla en l'annex B, es poden definir les matrius de Park,  $\mathbf{P}(\theta_r)$  i  $(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1}$  que transformen les variables del motor en els eixos  $a$ ,  $b$  i  $c$ , als eixos rotatoris  $d^r$  i  $q^r$ .

Com s'ha comentat en la secció anterior, les equacions del motor es poden escriure de forma matricial com en l'equació (4.1) i, combinant-la amb les equacions (4.4) i (4.5) per separar el flux creat pels corrents de l'estator i el creat per l'imant permanent del rotor, s'obté:

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{i}_{abcs} + \frac{d}{dt}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{i}_{abcs}) + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\lambda}_{abcs(r)}) \quad (4.18)$$

Per obtenir, a partir de l'equació (4.18), les equacions del PMSM en la referència que gira en sincronisme amb el rotor, s'ha de multiplicar per  $(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1}$ :

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{v}_{abcs} = (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{i}_{abcs} + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{i}_{abcs}) + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abcs(r)} \quad (4.19)$$

On  $\dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abcs(r)}$  és la derivada temporal de  $\boldsymbol{\lambda}_{abcs(r)}$ . Aquesta equació (4.19) es pot reescriure de la següent manera:

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{v}_{abcs} = (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P}(\theta_r) \cdot (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{i}_{abcs} + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{L} \cdot \mathbf{P}(\theta_r) \cdot (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{i}_{abcs}) + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abcs(r)} \quad (4.20)$$

Simplificant l'equació (4.20) es pot obtenir l'expressió següent amb les variables ja transformades a la nova referència:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^r_{0dqs} = & (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P}(\theta_r) \cdot \mathbf{i}^r_{0dqs} + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{P}(\theta_r) \cdot \mathbf{i}^r_{0dqs} + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \\ & \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{P}(\theta_r)) \cdot \mathbf{i}^r_{0dqs} + (\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{P}(\theta_r) \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{i}^r_{0dqs}) + \dot{\lambda}^r_{0dqs(r)} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Els vectors  $\mathbf{v}^r_{0dqs}$ ,  $\mathbf{i}^r_{0dqs}$  i  $\dot{\lambda}^r_{0dqs(r)}$  de l'equació (4.21) queden definits com:

$$\mathbf{v}^r_{0dqs} = \begin{bmatrix} v^r_{0s} \\ v^r_{ds} \\ v^r_{qs} \end{bmatrix}; \mathbf{i}^r_{0dqs} = \begin{bmatrix} i^r_{0s} \\ i^r_{ds} \\ i^r_{qs} \end{bmatrix}; \dot{\lambda}^r_{0dqs(r)} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda}^r_{0s} \\ \dot{\lambda}^r_{ds} \\ \dot{\lambda}^r_{qs} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Per a la resta de termes de l'equació (4.21) es poden obtenir les següents simplificacions:

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P}(\theta_r) = \mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{L}) \cdot \mathbf{P}(\theta_r) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega_r L_B \\ 0 & 3\omega_r L_B & 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{P}(\theta_r)) = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3L_A+3L_B+2L_{ls}}{2} \\ 0 & \frac{3L_A-3L_B+2L_{ls}}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{P}(\theta_r) = \begin{bmatrix} L_{ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3L_A}{2} + \frac{3L_B}{2} + L_{ls} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3L_A}{2} - \frac{3L_B}{2} + L_{ls} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\dot{\lambda}^r_{0dqs(r)} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda}^r_{0s} \\ \dot{\lambda}^r_{ds} \\ \dot{\lambda}^r_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_r \lambda_m \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

El terme  $\omega_r$  de les equacions (4.24), (4.25) i (4.27) és la velocitat elèctrica del rotor que s'obté a partir de la següent expressió:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (4.28)$$

Com es pot veure és un terme que apareix quan s'aplica la derivada temporal a algun terme que conté la posició del rotor en la seva equació.

Si ara definim les inductàncies en directe ( $L_d$ ) i en quadratura ( $L_q$ ) de la següent manera:

$$L_d = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A + L_B) \quad (4.29)$$

$$L_q = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A - L_B) \quad (4.30)$$

Es poden obtenir, finalment, les equacions del PMSM en la referència  $d'$ ,  $q'$  en sincronisme amb el rotor agrupant tots els termes descrits amb anterioritat:

$$v_{0s}^r = R_s i_{0s}^r + L_{ls} \frac{di_{0s}^r}{dt} \quad (4.31)$$

$$v_{ds}^r = R_s i_{ds}^r + L_d \frac{di_{ds}^r}{dt} - \omega_r L_q i_{qs}^r \quad (4.32)$$

$$v_{qs}^r = R_s i_{qs}^r + L_q \frac{di_{qs}^r}{dt} + \omega_r L_d i_{ds}^r + \omega_r \lambda_m \quad (4.33)$$

Com es comenta en l'annex B, no es té en compte i s'anul·la la component homopolar ( $v_{0s}^r$ ) degut a que els motors trifàsics no presenten camí de retorn pel punt neutre.

D'aquesta manera, amb tots els canvis desenvolupats s'ha aconseguit canviar de referència les equacions de l'apartat 4.2 i s'han eliminat tots els termes que depenien de la posició del rotor. En la Figura 4.3 es poden veure els circuits elèctrics equivalents obtinguts a partir de les expressions (4.32) i (4.33).

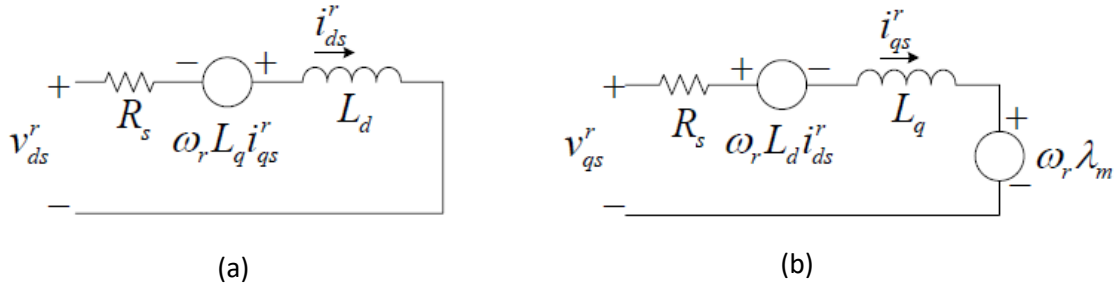


Figura 4.3 Circuits equivalents del PMSM en la referència en sincronisme amb el rotor. (a) Eix  $d'$  (b) Eix  $q'$

## 4.4 Equació de parell

Per a deduir la l'equació del parell electromagnètic que genera el PMSM, es parteix de l'equació del balanç de potència de la màquina [10]. La potència instantània  $p_e$  que s'entrega al motor es pot escriure mitjançant el model desenvolupat en la secció anterior de la següent manera:

$$p_e = \frac{3}{2} (v_{ds}^r \cdot i_{ds}^r + v_{qs}^r \cdot i_{qs}^r) \quad (4.34)$$

Aquesta equació (4.34) es pot desenvolupar substituint els valors  $v_{ds}^r$  i  $v_{qs}^r$  per les expressions de les equacions (4.32) i (4.33), de manera que el valor de la potència instantània es pot agrupar en tres termes diferents: les pèrdues en els conductors, la variació de l'energia magnètica emmagatzemada i la quantitat per a dur a terme la conversió electromecànica.

$$p_e = \frac{3}{2} \left[ R_s (i_{ds}^r)^2 + R_s (i_{qs}^r)^2 \right] + \frac{3}{2} \left[ \frac{L_d}{2} \frac{d}{dt} (i_{ds}^r)^2 + \frac{L_q}{2} \frac{d}{dt} (i_{qs}^r)^2 \right] + \frac{3}{2} \omega_r \left[ \lambda_m i_{qs}^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r i_{qs}^r \right] \quad (4.35)$$

On el primer sumand de l'equació (4.35) són les pèrdues per efecte Joule en els conductors dels debanats de l'estator, el segon sumand és la variació de l'energia magnètica emmagatzemada i el tercer és la potència necessària per a dur a terme la conversió electromecànica a l'eix del motor. Si s'anomena aquest tercer terme de l'equació (4.35) potència electromecànica  $p_{em}$ , llavors:

$$p_{em} = \frac{3}{2} \omega_r [\lambda_m i_{qs}^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r i_{qs}^r] \quad (4.36)$$

Aquesta potència electromecànica ha de ser igual a la potència en l'eix del motor, que és el producte de la velocitat mecànica de l'eix ( $\omega_{rm}$ ) pel parell produït pel motor ( $T_e$ ). D'aquesta manera l'equació de la potència electromecànica també es pot expressar de la següent forma:

$$p_{em} = \omega_{rm} T_e \quad (4.37)$$

La relació entre la velocitats angulars mecànica i elèctrica del motor ve definida pel nombre de parell de pols del rotor,  $pp$ , de la següent manera:

$$\omega_r = pp \cdot \omega_{rm} \quad (4.38)$$

Si se substitueix  $\omega_r$  de (4.38) a (4.36) es pot obtenir l'expressió del parell del PMSM en la referència en sincronisme al rotor:

$$T_e = \frac{3}{2} pp [\lambda_m i_{qs}^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r i_{qs}^r] \quad (4.39)$$

Com es pot observar a (4.39) l'expressió del parell produït pel motor en la referència en sincronisme al rotor és la suma de dos temes: el primer terme és el parell produït per l'imant del motor,  $T_m$ , mentre que el segon terme és el parell produït per la diferència de reluctàncies entre els eixos  $d'$  i  $q'$  i que es coneix com a parell reluctant,  $T_{re}$ . A continuació es mostren ambdues expressions:

$$T_m = \frac{3}{2} pp \lambda_m i_{qs}^r \quad (4.40)$$

$$T_{re} = \frac{3}{2} pp (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r i_{qs}^r \quad (4.41)$$

Cal remarcar que en el cas particular de que el PMSM sigui de pols llisos, tot el parell produït pel motor és el que genera l'imant, ja que no hi és present el parell reluctant degut a la igualtat entre reluctàncies ( $L_d=L_q$ ).

Es pot trobar una altra manera, però, d'expressar el parell produït pel PMSM. Aquest nou format serà útil per a la última secció d'aquest capítol. La idea consisteix en canviar els termes  $i_{ds}^r$  i  $i_{qs}^r$  de l'expressió del parell, usant la magnitud del vector de corrent  $i_s$  i l'angle de parell definit com l'angle entre aquest vector de corrent i l'eix  $d'$ ,  $\alpha$ .

D'aquesta manera, les components del vector corrent es representen tal i com es mostra a la Figura 4.4 i s'expressen de la següent manera:

$$i_{ds}^r = i_s \cos \alpha \quad (4.42)$$

$$i_{qs}^r = i_s \sin \alpha \quad (4.43)$$

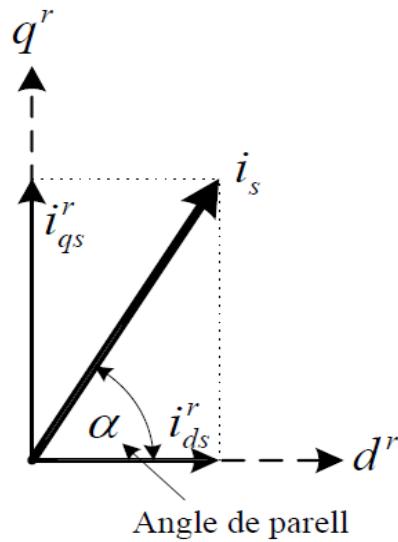


Figura 4.4 Components del vector corrent

Usant les equacions (4.42) i (4.43) i substituint-les a l'equació (4.39) es pot expressar el parell produït per la PMSM com:

$$T_e = \frac{3}{2}pp \left[ \lambda_m i_s \sin \alpha + \frac{1}{2} (L_d - L_q) \cdot i_s^2 \sin(2\alpha) \right] \quad (4.44)$$

A partir de l'equació (4.44) es poden reescriure les equacions (4.40) i (4.41) de la següent manera:

$$T_m = \frac{3}{2}pp \lambda_m i_s \sin \alpha \quad (4.45)$$

$$T_{re} = \frac{3}{2}pp \frac{1}{2} (L_d - L_q) \cdot i_s^2 \sin(2\alpha) \quad (4.46)$$

## 4.5 Equació mecànica del PMSM

La relació existent entre el parell electromagnètic produït per la màquina  $T_e$ , el parell de la càrrega  $T_l$  i la velocitat angular elèctrica de la màquina  $\omega_r$ , es tradueix en l'equació mecànica del PMSM i es pot expressar de la forma següent:

$$T_e = J \frac{1}{pp} \frac{d\omega_r}{dt} + B_m \frac{1}{pp} \omega_r + T_l \quad (4.47)$$

On  $J$  és la inèrcia del rotor i la càrrega mecànica acoblada a aquest i  $B_m$  és el coeficient de fregament viscos del sistema mecànic.



## 4.6 Modes d'operació del PMSM

En aquesta secció s'estudien els diferents modes d'operació del PMSM que, tal i com s'exposa a [8], són els següents:

- Angle constant de parell (CTAC)
- Màxim parell per Ampère (MTAC)
- Flux de l'estator constant (CSFC)
- Factor de potència unitari (UPFC)

Per a poder analitzar aquestes estratègies cal desenvolupar prèviament el model del PMSM en estat estacionari. Aquest es desenvolupa a partir de les equacions dinàmiques en els eixos  $d^r$  i  $q^r$  de la referència en sincronisme al rotor.

### 4.6.1 Model del PMSM en estat estacionari

Les equacions en estat estacionari s'obtenen directament de les equacions descrites en (4.32) i (4.33). En estat estacionari, totes les variables (tensions, corrents i fluxos) esdevenen valors constants i els termes derivatius d'aquestes dues equacions s'anul·len. Així doncs, les esmentades equacions queden de la següent manera:

$$V_{ds}^r = R_s I_{ds}^r - \omega_{r0} L_q I_{qs}^r \quad (4.48)$$

$$V_{qs}^r = R_s I_{qs}^r + \omega_{r0} L_d I_{ds}^r + \omega_{r0} \lambda_m \quad (4.49)$$

On  $V_{ds}^r$  i  $V_{qs}^r$  són les tensions en estat estacionari,  $I_{ds}^r$  i  $I_{qs}^r$  són els corrents en estat estacionari i  $\omega_{r0}$  és la velocitat elèctrica del rotor en estat estacionari. De les equacions (4.48) i (4.49) es pot extreure el diagrama vectorial que mostra la Figura 4.5.

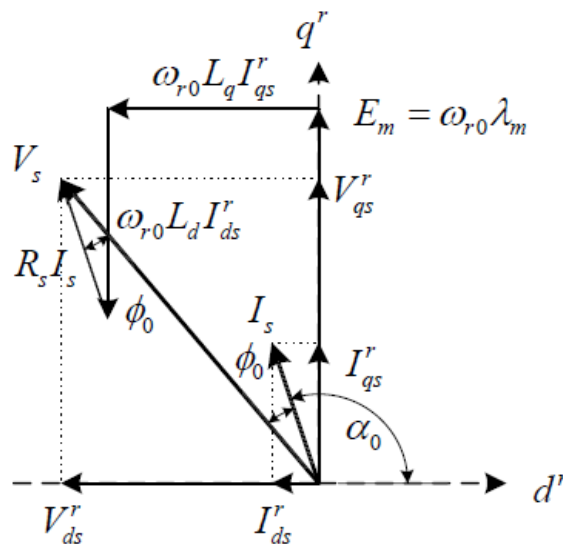


Figura 4.5 Diagrama vectorial del model del PMSM en estat estacionari

I també es pot reescriure l'equació (4.39) del parell i expressar-lo en règim estacionari,  $T_{e0}$ :

$$T_{e0} = \frac{3}{2}pp[\lambda_m I_{qs}^r + (L_d - L_q) \cdot I_{ds}^r I_{qs}^r] \quad (4.50)$$

Aquest parell en estat estacionari del motor,  $T_{e0}$ , també es pot expressar de la següent manera:

$$T_{e0} = \frac{3}{2}pp \left[ \lambda_m I_s \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} (L_d - L_q) \cdot I_s^2 \sin(2\alpha_0) \right] \quad (4.51)$$

On:

$$I_{ds}^r = I_s \cos \alpha_0 \quad (4.52)$$

$$I_{qs}^r = I_s \sin \alpha_0 \quad (4.53)$$

Amb  $\alpha_0$  com a angle de parell i  $I_s$  com a mòdul del vector corrent en règim estacionari.

#### 4.6.2 Angle constant de parell (CTAC)

Un dels més senzills modes d'operació del PMSM és controlar l'angle de parell de manera que es mantingui a  $90^\circ$  en tot moment, això és ( $\alpha_0 = 90^\circ$ ). Per mantenir aquest angle de parell constant, s'ha de controlar que la component del vector de corrent de l'eix  $d^r$  ( $i_{ds}^r = 0$ ) del rotor sigui nul·la, deixant que el vector de corrent sobre l'eix  $q^r$ . D'aquesta manera, s'anul·la el parell reluctant que pugui presentar el motor i, per tant, no és una estratègia de control apte per a motors que presentin una gran diferència entre reluctàncies dels eixos  $d^r$  i  $q^r$ , atès que no s'extreu el màxim profit del parell que és capaç de generar el motor. Com que  $I_{ds}^r = 0$ ,  $I_{qs}^r = I_s$ , les equacions de les tensions en estat estacionari esdevenen les següents amb aquesta estratègia de control:

$$V_{ds}^r = -\omega_{r0} L_q I_{qs}^r = -\omega_{r0} L_q I_s \quad (4.54)$$

$$V_{qs}^r = R_s I_{qs}^r + \omega_{r0} \lambda_m = R_s I_s + \omega_{r0} \lambda_m \quad (4.55)$$

En la Figura 4.6 es pot veure un diagrama vectorial per a aquesta estratègia de control.

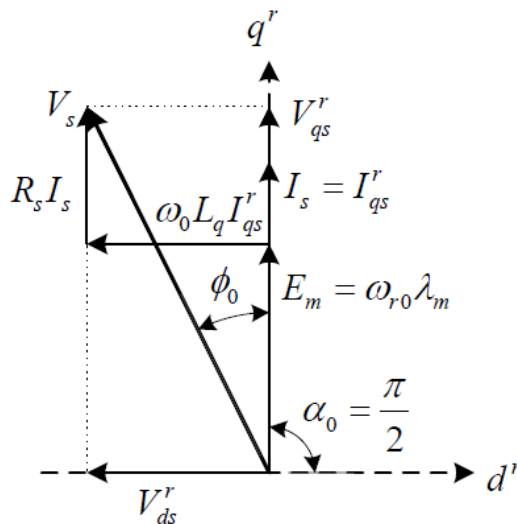


Figura 4.6 Diagrama vectorial en estat estacionari pel control en angle de parell constant

Mentre que la magnitud del vector tensió ve donada per la següent expressió:

$$V_s = \sqrt{(V_{ds}^r)^2 + (V_{qs}^r)^2} \quad (4.56)$$

#### 4.6.3 Màxim parell per Ampère (MTAC)

Aquesta estratègia de control maximitza el parell produït per unitat de corrent [11], d'aquesta manera es minimitzen les pèrdues per efecte Joule en els conductors. Si, a més, es minystenen les pèrdues en el ferro es pot aconseguir la màxima eficiència del motor amb aquesta estratègia de control. Com en el mode d'operació d'angle de parell constant, aquesta tècnica es basa en calcular l'angle de parell  $\alpha_0$  que aconseguix el màxim parell per unitat de corrent. Per maximitzar el parell en funció de l'angle de parell és necessari derivar l'expressió (4.51) respecte l'angle i igualar-ho a zero.

$$\frac{dT_{e0}}{d\alpha_0} = 0 \quad (4.57)$$

Cal remarcar que aquesta estratègia de control és equivalent a la d'angle de parell costant quan el PMSM és de pols llisos i, per tant, els resultats obtinguts amb ambdues tècniques són idèntics. No cal dir que la solució a l'equació (4.57) en aquest cas serà  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

#### 4.6.4 Flux de l'estator constant (CSFC)

Si es limita el vector flux concatenat per l'estator  $\lambda_s$ , el requeriment de tensió es manté comparativament baix. Així doncs, aquesta tècnica de control busca mantenir constant la magnitud del flux concatenat per l'estator, però mantenir constant el vector de flux també limita la capacitat d'entregar parell per part del motor. Limitar el vector flux també permet fer debilitament de camp per aconseguir velocitats de gir del rotor superiors a la nominal. Normalment, quan s'aplica aquesta estratègia de control, s'intenta mantenir aquest flux de l'estator igual al flux de l'imant permanent del rotor  $\lambda_m$ . Com s'ha comentat, amb aquest valor del flux de l'estator, el requeriment de tensió es manté comparativament baix i la capacitat de produir parell no disminueix excessivament. Aquesta és la tècnica que utilitza el control  $V/f$ . La magnitud del flux concatenat per l'estator es calcula com:

$$\lambda_s = \sqrt{(\lambda_{ds}^r)^2 + (\lambda_{qs}^r)^2} = \sqrt{(L_q I_{qs}^r)^2 + (L_d I_{ds}^r + \lambda_m)^2} \quad (4.58)$$

Si igualem  $\lambda_s = \lambda_m$  es pot obtenir la relació següent:

$$(L_q I_{qs}^r)^2 + (L_d I_{ds}^r)^2 + 2L_d \lambda_m I_{ds}^r = 0 \quad (4.59)$$

Entenent que el terme  $[(L_q I_{qs}^r)^2 + (L_d I_{ds}^r)^2] > 0$  i que els paràmetres del PMSM són valors positius en (4.59) és trivial adonar-se que el valor del corrent  $I_{ds}^r$  ha de ser negatiu sempre, quan s'utilitza aquesta estratègia de control.

Si ara se substitueixen els valors dels corrents expressats en la referència en sincronisme per la magnitud del vector de corrent  $I_s$  i l'angle de parell  $\alpha_0$  usant les equacions (4.52) i (4.53) es pot obtenir l'expressió següent:

$$I_s = \frac{-2\lambda_m L_d \cos \alpha_0}{L_q^2 \sin^2 \alpha_0 + L_d^2 \cos^2 \alpha_0} \quad (4.60)$$

D'aquesta equació se'n pot extreure l'angle de parell  $\alpha_0$  amb el qual es treballarà en aquesta estratègia de control i, atès que  $I_{ds}^r = 0$ , aquest angle està limitat  $90^\circ < \alpha_0 < 180^\circ$ .

#### 4.6.5 Factor de potència unitari (UPFC)

En aquesta estratègia es busca aprofitar al màxim el convertidor a nivell de potència, i això s'aconsegueix controlant el PMSM per a que tingui un consum amb factor de potència unitari. Aquesta tècnica s'aconsegueix controlant l'angle de parell en funció de les variables del motor. El fet de que no hi hagi potència reactiva, que és el significat de factor de potència unitari, implica que la relació entre la tensió en directe i en quadratura i la relació entre el corrent en directe i en quadratura siguin iguals:

$$\frac{I_{qs}^r}{I_{ds}^r} = \frac{V_{qs}^r}{V_{ds}^r} = \tan \alpha_0 \quad (4.61)$$

D'aquesta manera es pot obtenir l'angle de parell amb el qual es treballarà en aquesta estratègia de control.

#### 4.6.6 Comparació dels modes d'operació del PMSM

En aquesta secció es fa una petita ullada a les diferències que poden presentar les diverses estratègies de control d'un PMSM comentades anteriorment. De fet, per a poder fer una comparativa més exhaustiva de les variables del motor, s'hauria de procedir a la normalització del model en estat estacionari del PMSM. En aquesta secció només es mostren els resultats que s'han extret de [1].

Pel que fa al parell produït per unitat de corrent, no difereix massa entre les diverses estratègies, si bé és cert que a partir de cert corrent l'estratègia de factor de potència unitari desenvolupa menor parell que la resta. Com era d'esperar, l'estratègia que produeix més parell és la de màxim parell per Ampère (molt similar a la d'angle de parell constant quan les reluctàncies són idèntiques o molt similars), mentre que l'estratègia que manté el flux constant produeix un parell que s'acosta molt al d'aquestes dues.

Pel que al requeriment de tensió es refereix, l'estratègia de control que, tant a velocitats altes com a velocitats baixes, presenta menor requeriment és la que manté el factor de potència unitari. La que presenta un requeriment de tensió més elevat són l'estratègia d'angle de parell constant i la que maximitza el parell per unitat de corrent.

La potència aparent entregada al motor en funció del motor té un requeriment menor, com era d'esperar, en l'estratègia que manté el factor de potència unitari. Per altra banda, l'estratègia de màxim parell per unitat és la que presenta major requeriment de potència aparent, si bé és cert que amb valors força semblants als de les altres tres.

Pel que fa a la variació del factor de potència en funció del parell, decreix de forma ràpida en les estratègies d'angle de parell constant i de màxim parell per Ampère. En canvi, l'estratègia que manté el flux de l'estator constant, manté nivells de factor de potència més elevats.

## CAPÍTOL 5

# Disseny del controlador del motor síncron d'imants permanents

### 5.1 Introducció

En aquest capítol s'explica la metodologia seguida per al disseny del llaç de control de la PMSM, així com la seva implementació al *Simulink* de l'entorn de programació *Matlab*.

Primerament, es fa una descripció del tipus de motor que s'utilitza com a base del disseny i se n'especifiquen els paràmetres que intervenen en el seu model. Un cop presentat el motor, es descriu el tipus de representació que s'ha fet servir per modelitzar el PMSM i es procedeix a detallar part per part tots els blocs dels quals consta el disseny, fent èmfasi en la forma en què s'implementen al *Simulink*.

Cal destacar que, tal i com es comenta en el capítol d'introducció, s'han dut a terme una sèrie de simplificacions en certes parts del model i, aquestes, van essent explicades a mesura que vagin apareixent en els diversos blocs de la modelització.

### 5.2 Paràmetres del PMSM

El valor dels paràmetres del motor que s'ha utilitzat es pot trobar en l'apèndix [A](#), on també es justifiquen algunes decisions. Aquest motor és el que es mostra en la Figura 5.1 i és un PMSM que va integrat a la roda d'una motocicleta (HUB). El seu rotor és exterior i presenta un total de vint parell de pols, això és  $pp = 20$ .



Figura 5.1 PMSM objecte d'estudi per fora i per dins

### 5.2.1 Variables elèctriques del PMSM

La Taula 5.1 mostra quines són les variables elèctriques que intervenen en el model del PMSM i quines unitats presenten en el S.I:

SÍMBOL	PARÀMETRE	UNITATS S.I
$v_d, v_q$	Tensió en borns del motor en els eixos d i q	V
$i_d, i_q$	Corrent del motor en els eixos d i q	A
$E_d, E_q$	Força electromotriu en els eixos d i q	V
$\omega_r$	Velocitat angular elèctrica	rad/s

Taula 5.1 Variables elèctriques del model del PMSM

### 5.2.2 Constants elèctriques i magnètiques del PMSM

La Taula 5.2 mostra quines constants, tant elèctriques com magnètiques, intervenen en la modelització del PMSM amb les corresponents unitats en el S.I:

SÍMBOL	PARÀMETRE	UNITATS S.I
$R_s$	Resistència de l'estator	$\Omega$
$L_d, L_q$	Inductàncies de l'estator en els eixos d i q	H
$\lambda_m$	Flux dels imants del rotor	V · s/rad
$pp$	Parell de pols del rotor	—

Taula 5.2 Constants elèctriques i mecàniques del model del PMSM

### 5.2.3 Variables mecàniques del PMSM

La Taula 5.3 mostra les variables mecàniques de la modelització del PMSM amb les seves unitats corresponents en el S.I:

SÍMBOL	PARÀMETRE	UNITATS S.I
$T_e$	Parell electromagnètic	N · m
$T_L$	Parell de càrrega	N · m
$\omega_{rm}$	Velocitat angular mecànica	rad/s

Taula 5.3 Variables mecàniques del model del PMSM

### 5.2.4 Constants mecàniques del PMSM

La taula 5.4 mostra les constants mecàniques del PMSM i les seves unitats en el S.I:

SÍMBOL	PARÀMETRE	UNITATS S.I
$J$	Inèrcia del conjunt rotor-càrrega	$Kg \cdot m^2$
$B_m$	Coeficient de fregament viscos	$Nm \cdot s/rad$

Taula 5.4 Constants mecàniques del model del PMSM

## 5.3 Representació del model del PMSM

Per a modelitzar el PMSM i poder dur a terme la seva implementació al *Simulink*, s'ha decidit fer servir la **representació energètica macroscòpica (REM)**. Aquesta forma de representar-ho permet estructurar el model en blocs transmissors de potència.

En el capítol anterior s'han detallat les equacions dinàmiques que governen el PMSM i en la Figura 5.2 es pot trobar la REM de la PMSM que s'ha modelat.

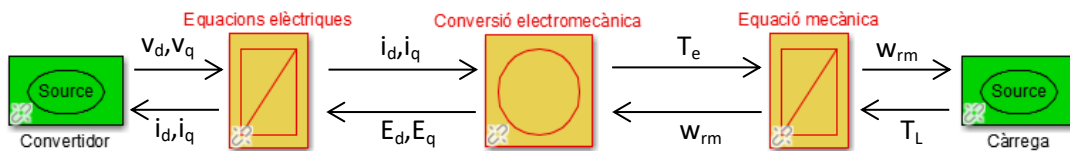


Figura 5.2 Representació REM del PMSM

Cal destacar que pel que fa al convertidor, es fa una primera simplificació i no s'ha implementat en el model. S'ha considerat que es treballa amb una font de tensió de bateries de 100V, que s'ha tingut en compte a l'hora de limitar la tensió  $v_d$ ,  $v_q$  que s'aplica al motor, (l'entrada a les equacions elèctriques de la Figura 5.2). D'aquesta manera l'inversor trifàsic no ha estat implementat.

### 5.3.1 Equacions elèctriques

Aquest bloc és el que conté les equacions (4.32) i (4.33) del capítol anterior. La Figura 5.3 mostra el bloc corresponent de la REM i, donat que s'implementen les dues equacions mencionades, els inputs i els outputs són vectors de dues components associades als eixos en directe i en quadratura del PMSM.

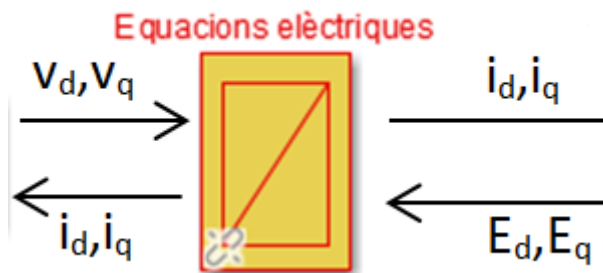


Figura 5.3 Bloc REM de les equacions elèctriques

El producte de les tensions i els corrents,  $v_{d,q}$ ,  $i_{d,q}$  (costat esquerre del bloc) permet obtenir la potència total que s'entrega al motor tal i com descriu l'equació (4.34). Per la seva banda, el producte dels corrents i les  $f_{cem}$ ,  $i_{d,q}$ ,  $\varepsilon_{d,q}$  (costat dret del bloc) indica la potència que s'aprofita en la conversió electromecànica i que s'associa al parell electromecànic, essent



aquesta el tercer terme de l'equació (4.35). Cal remarcar que les  $f_{cem}$  mencionades venen definides pels termes de les equacions (4.32) i (4.33) que contenen la velocitat angular elèctrica del PMSM,  $\omega_r$ . Així doncs, queden definides com a:

$$\varepsilon_{ds}^r = -\omega_r L_q i_{qs}^r \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{qs}^r = \omega_r L_d i_{ds}^r + \omega_r \lambda_m \quad (5.2)$$

Aquest bloc de les equacions elèctriques del PMSM s'ha implementat al *Simulink* tal i com indica la Figura 5.4.

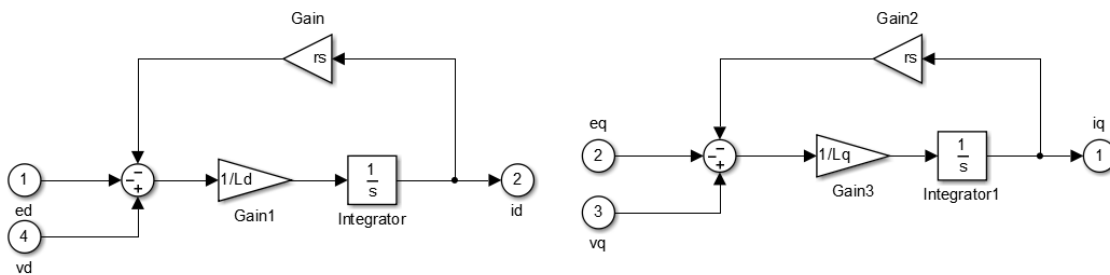


Figura 5.4 Implementació de les equacions elèctriques amb Simulink

### 5.3.2 Conversió electromecànica

L'equació (4.39) i les equacions (5.1) i (5.2) descriuen la relació existent entre les variables elèctriques i mecàniques del model del PMSM. La Figura 5.5 mostra aquest bloc de la REM de conversió electromecànica.

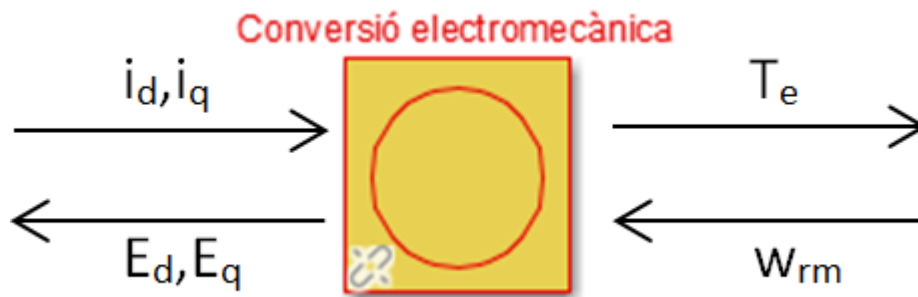


Figura 5.5 Bloc REM de la conversió electromecànica

El balanç de potència que duu a terme aquest bloc és la relació existent entre les equacions (4.36) i (4.37), essent els dos termes iguals a la potència que es fa servir per a la conversió electromecànica.

La implementació d'aquest bloc al *Simulink* s'ha dut a terme tal i com s'especifica en la Figura 5.6, essent l'input  $w$  la velocitat angular mecànica del PMSM,  $\omega_{rm}$ .

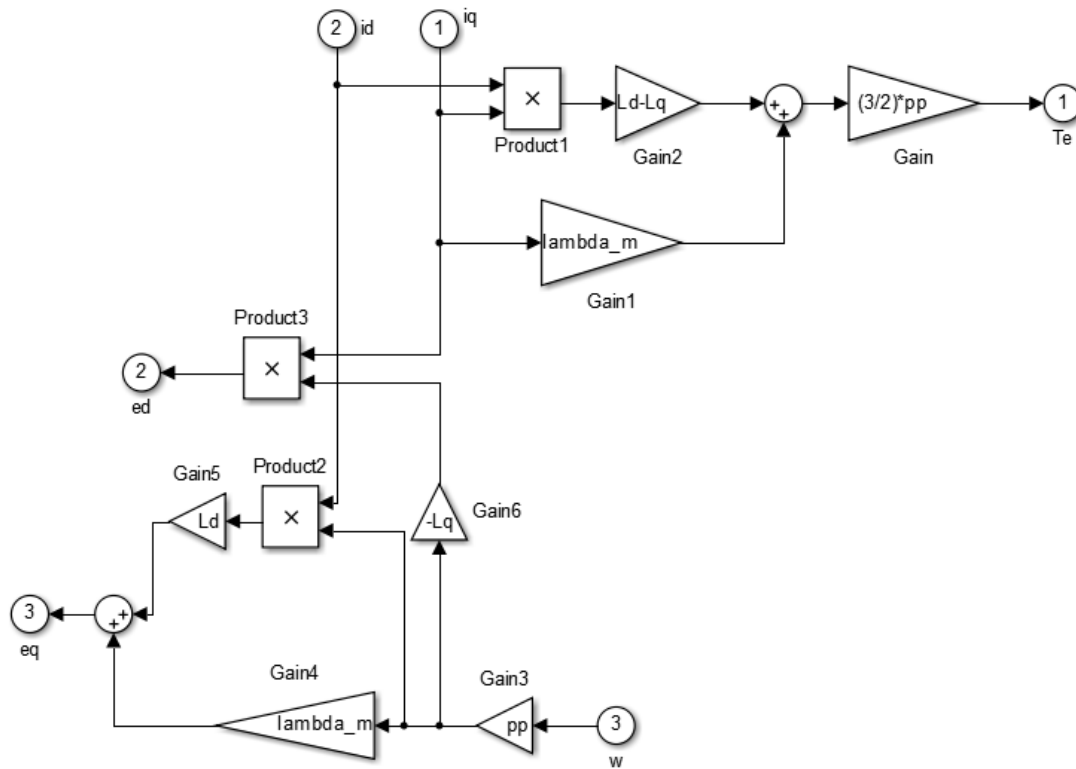


Figura 5.6 Implementació de la conversió electromecànica amb Simulink

### 5.3.3 Equació mecànica

Tal i com indica l'equació (4.47) del capítol anterior, s'aplica la 2<sup>a</sup> llei de Newton a un moviment rotatori i s'obté l'equació mecànica del model del PMSM. La Figura 5.7 mostra el bloc de REM de l'equació mecànica, que permet obtenir la velocitat de rotació mecànica a partir dels parells electromecànic i de càrrega.

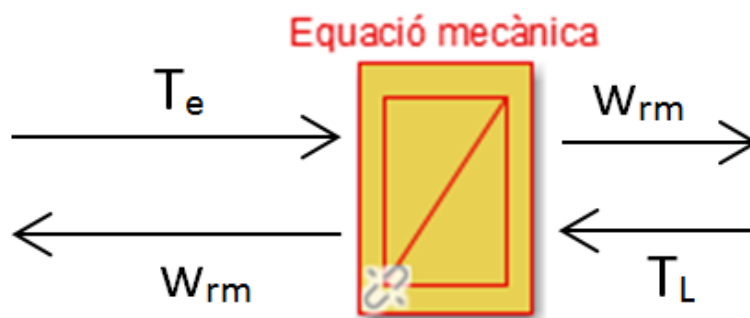


Figura 5.7 Bloc REM de l'equació mecànica

El producte dels termes de la dreta correspon a la potència mecànica útil.

A l'hora d'implementar aquest bloc amb *Simulink*, l'equació mecànica tal i com es fa constar a la Figura 5.8, es presenta  $w$  i  $w_-$ , ambdues essent la velocitat de rotació mecànica del PMSM,  $\omega_{rm}$ .

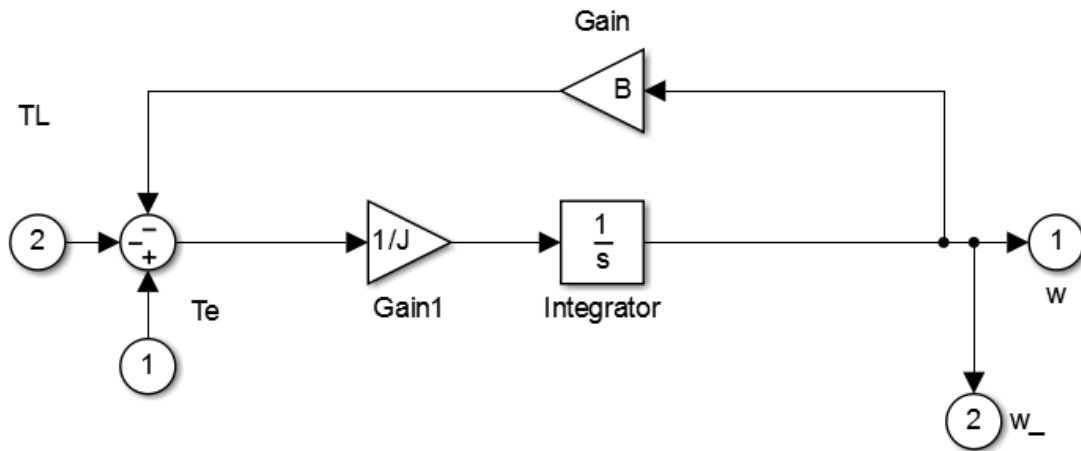


Figura 5.8 Implementació de l'equació mecànica amb Simulink

## 5.4 Representació del model de control del PMSM

Tal i com s'ha explicat en la secció (3.4.2) del Capítol 3, existeixen diverses tècniques per al control del PMSM i totes elles busquen que la posició del rotor estigui en permanent sincronia amb els corrents de l'estator.

La tècnica que s'ha dut a terme en aquest projecte és la del control vectorial, que incorpora un llaç de control del parell i de la velocitat i, que rep aquest nom degut a que el control del parell ve determinat pel control del vector de corrents de l'estator.

La Figura 5.9 mostra la representació del model de control del PMSM, seguint el control vectorial, mitjançant els blocs de l'estructura màxima de control (EMC), juntament amb la representació REM del model del motor ja representats en la Figura 5.2.

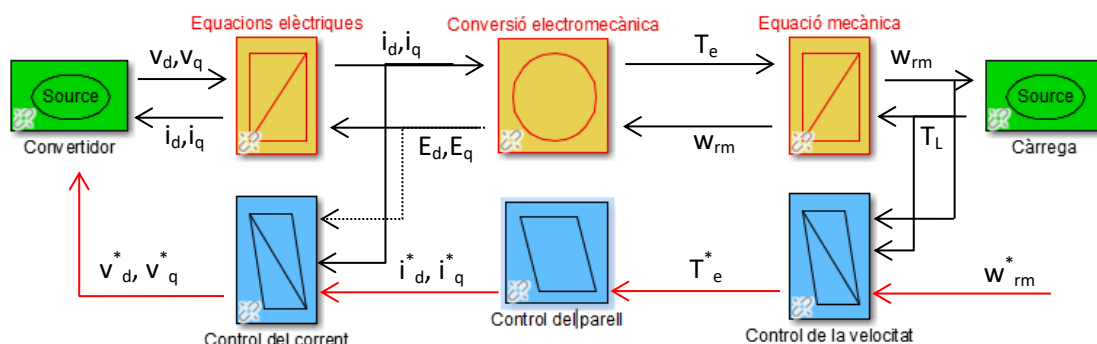


Figura 5.9 Models REM i EMC del PMSM i el seu llaç de control

El control vectorial descrit en la secció (3.4.2.2) incorpora un controlador del parell i un controlador de la velocitat. Com es pot observar en la Figura 5.9, el controlador de la velocitat rep una consigna de velocitat  $\omega_{rm}^*$ , que és la velocitat referència del vehicle a la qual es pretén arribar. Aquest controlador de velocitat genera la consigna de parell  $T_e^*$ , que, mitjançant el controlador de parell, ho converteix en consigna de corrent en els eixos  $d'$  i  $q'$ , això és  $i_{ds}^{r*}$  i  $i_{qs}^{r*}$ , respectivament. Per generar les consignes de corrent a partir de la consigna del parell, el controlador de parell ha de tenir en compte quin mode d'operació del PMSM dels descrits en l'apartat (4.6) es fa servir. A continuació, el controlador de corrent a partir d'aquesta consigna ( $i_{ds}^{r*}$ ,  $i_{qs}^{r*}$ ) i dels corrents reals ( $i_{ds}^r$ ,  $i_{qs}^r$ ) mesurats, genera la consigna de tensió  $v_{ds}^{r*}$ ,  $v_{qs}^{r*}$ . Per a la generació d'aquesta consigna de tensió també hi intervenen les  $f_{cem}$  ( $\varepsilon_{ds}^r$ ,  $\varepsilon_{qs}^r$ ) que són calculades a partir de la velocitat elèctrica  $\omega_r$  i la mesura dels corrents reals, tal i com mostren les equacions (5.1) i (5.2). Finalment, aquesta consigna de tensió genera els senyals per a l'inversor.

Com ja s'ha comentat, per tal de simplificar la implementació del model, la bateria i l'inversor no han estat tinguts en compte, de manera que la consigna de tensió que surt del controlador de corrent és directament l'input del bloc REM de les equacions elèctriques. Les altres simplificacions que s'han dut a terme es comenten a continuació amb l'explicació dels tres blocs EMC de control.

Abans d'explicar cadascun dels blocs EMC de control, cal remarcar que el control també s'ha efectuat en temps discret amb una freqüència de mostreig d'aproximadament 20 KHz, això és un període de mostreig  $T_s=0,00005s$ .

### 5.4.1 Control del parell

El bloc de conversió de la Figura 5.10 conté les equacions que s'encarreguen de transformar la consigna de parell  $T_e^*$  en les consignes de corrent  $i_{ds}^{r*}$  i  $i_{qs}^{r*}$ .

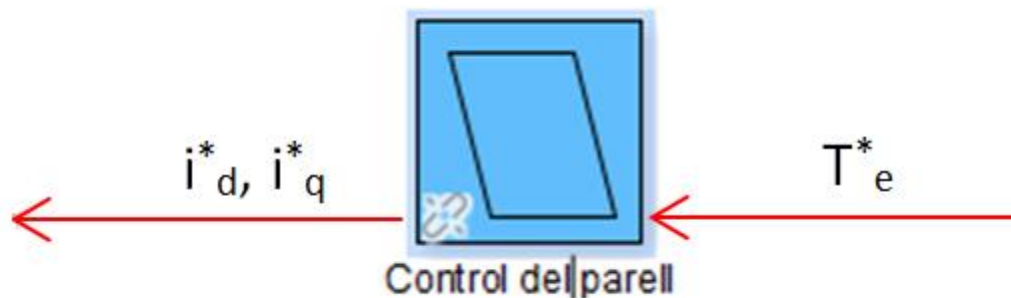


Figura 5.10 Bloc EMC del control de parell

Com s'ha comentat, la generació de les consignes de corrent a partir de la consigna de parell depenen del mode d'operació del PMSM. En aquest projecte es proposa la tècnica de control del *màxim parell per Ampère*, que maximitza el parell produït per unitat de corrent i que és equivalent a la tècnica de control d'*angle de parell constant*, atès que, tal i com es pot observar

en l'Annex A, les inductàncies són pràcticament iguals ( $L_d \simeq L_q$ ). Així doncs, l'estratègia seguida estableix que  $i_{ds}^{r*} = 0$  i, per tant s'anul·la el parell reluctant. D'aquesta manera, a partir de la consigna de parell només cal aplicar l'equació (4.39) per trobar la consigna de corrent de l'eix  $q'$ . Aquest bloc s'ha implementat al *Simulink* tal i com indica la Figura 5.11.

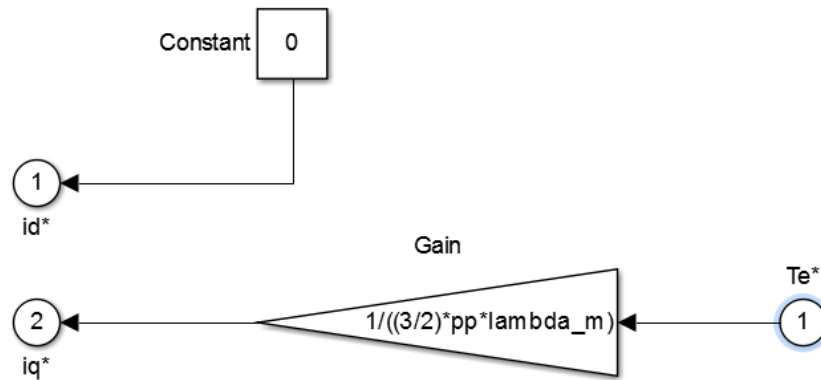


Figura 5.11 Implementació del control de parell amb *Simulink*

#### 5.4.2 Control del corrent

La Figura 5.12 mostra el bloc del control del corrent que s'encarrega de transformar les consignes de corrent  $i_{ds}^{r*}, i_{qs}^{r*}$  en consignes de tensió  $v_{ds}^{r*}, v_{qs}^{r*}$  amb la intervenció dels corrents mesurats de l'estator i les  $f_{cem}$ , calculades a partir de la velocitat elèctrica del PMSM i els propis corrents mesurats de l'estator.

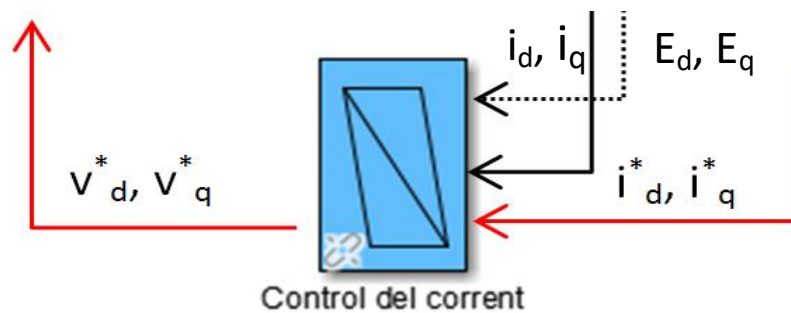


Figura 5.12 Bloc EMC del control de corrent

En aquest punt, es fa una altra simplificació. Com s'ha esmentat anteriorment es requereix de la mesura dels corrents de l'estator ( $i_{ds}^r, i_{qs}^r$ ) tant per a calcular les  $f_{cem}$  com per introduir-los en el control del corrent. Però aquests corrents definits en els eixos  $d'$  i  $q'$ , no són directament mesurables, atès que només són la transformació matemàtica dels corrents reals per fase,  $i_a, i_b$  i  $i_c$ . Així doncs, s'ha de procedir a la mesura d'aquests corrents reals per fase i efectuar la conversió als eixos  $d'$  i  $q'$ , (transformada inversa de Park) mitjançant la posició elèctrica del rotor, que ahora és calculada mitjançant un sensor de posició.

La simplificació que s'ha dut a terme és la de no implementar aquest sensor de posició i, per tant, obtenir la mesura dels corrents de l'estator realimentant directament els corrents en eixos  $d'$ ,  $q'$  que són els outputs de la sortida del bloc de les equacions elèctriques. D'aquesta manera, les  $f_{cem}$  que intervenen en aquest bloc de control del corrent també estan realimentades i són l'output del bloc de conversió electromecànica. Aquesta simplificació anul·la l'error que hauria d'existir entre els corrents reals i els consignats.

Feta aquesta simplificació, la Figura 5.13 mostra com queda la implementació amb *Simulink* del bloc del control de corrent. Com en la referència en sincronisme al rotor, tal i com s'ha comentat en el Capítol 4, els corrents esdevenen valors constants en estat estacionari, es poden utilitzar controladors PI per a controlar-los.

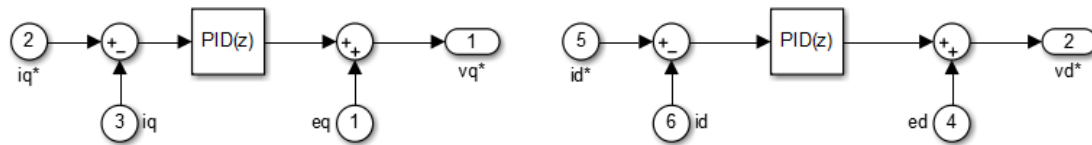


Figura 5.13 Implementació del control de corrent amb *Simulink*

Evidentment, en un controlador PI, el component derivatiu del controlador PID(z) que mostra la Figura 5.13, no actua.

### Ajust del PI del control del corrent

El control proporcional-integral (PI) és una de les tècniques de control més utilitzades. La seva funció de transferència es mostra en l'equació (5.3):

$$G_{PI}(z) = k_p + \frac{k_I}{s} \quad (5.3)$$

Les constants  $k_p$  i  $k_I$  poden prendre diferents valors i afecten tant a la dinàmica com a l'estabilitat del sistema. El seu valor dependrà de les especificacions que requereixi la planta a tractar, essent aquestes especificacions són el temps d'establiment  $t_{est}$  i el coeficient d'esmoreïment  $\xi$ .

La funció de transferència en temps continu  $G(s)$ , representa la part elèctrica del PMSM, que en aquest cas és la planta d'aquest llaç de control de corrent.

$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{R_s + L \cdot s} \quad (5.4)$$

Si a l'equació (5.4) se li aplica la transformada de *Laplace* per passar la planta a temps discret s'obté:

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z_{trans} \left[ \frac{G(s)}{s} \right] \quad (5.5)$$

$$G(z) = \frac{e^{\frac{R_s T_s}{L}} - 1}{R_s \left( e^{\frac{R_s T_s}{L}} \cdot z - 1 \right)} \quad (5.6)$$

Cada eix ( $d'$  i  $q'$ ) té el seu llaç de control pel que la variable  $L$  pren el valor de  $L_d$  i  $L_q$ , depenent del llaç que s'estigui tractant.

Una de les maneres de representar la funció de transferència d'un controlador PI en temps discret és la següent:

$$G_c(z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_i T_s \cdot z + 2K_p \cdot z + K_i T_s - 2K_p}{(z-1)} \quad (5.7)$$

La funció de transferència en llaç tancat que es deriva de les equacions (5.6) i (5.7) és la següent:

$$W(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{G(z)G_c(z)}{1+G(z)G_c(z)} \quad (5.8)$$

Per tal de simplificar una mica la representació del denominador de la funció de transferència  $D(z)$  es fan les transformacions següents:

$$a = e^{\frac{R_s T_s}{L}}; b = R_s e^{\frac{R_s T_s}{L}} \quad (5.9)$$

Així doncs, i sobre les simplificacions fetes a (5.9) el denominador queda definit per:

$$D(z) = 2b \cdot z^2 + (aK_i T_s - 2b + 2aK_p - K_i T_s - 2R_s - 2K_p) \cdot z + aK_i T_s - 2aK_p - K_i T_s + 2R_s + 2K_p \quad (5.10)$$

La funció de transferència en llaç tancat del sistema es pot idealitzar a partir de les especificacions comentades anteriorment. Així doncs, el denominador desitjat del llaç tancat pot ésser representat de la següent forma:

$$D^*(z) = (z - \rho e^{j\theta})(z - \rho e^{-j\theta}) = z^2 - 2\rho \cos(\theta) \cdot z + \rho^2 \quad (5.11)$$

On:

$$\rho = e^{-(\xi \omega_n T_s)} \quad (5.12)$$

$$\theta = \omega_n T_s \sqrt{(1 - \xi^2)} \quad (5.13)$$

Com ja s'ha esmentat,  $T_s$  és el temps de mostreig del llaç de control,  $\xi$  és el coeficient d'esmoreïment del sistema i  $\omega_n$  és la pulsació natural calculada com  $\omega_n = \frac{4}{\xi \cdot t_{est}}$ , essent  $t_{est}$  el temps d'establiment del sistema.

Si ara s'igualen els dos denominadors  $D(z) = D^*(z)$  es poden assimilar els coeficients dels termes d'ambdós polinomis i arribar a les expressions de les constants del controlador  $K_p$  i  $K_i$ .

$$K_p = \frac{R_s [2\rho a \cos(\theta) + a\rho^2 - a - 2]}{2 \cdot (1 - a)} \quad (5.14)$$

$$K_i = \frac{b [2\rho \cos(\theta) - \rho^2 - 1]}{T_s \cdot (1 - a)} \quad (5.15)$$

Com es pot comprovar,  $K_p$  i  $K_i$  depenen de les constants elèctriques de la PMSM per una banda ( $R_s$  i  $L$ ), del període de mostratge  $T_s$  per una altra banda i, finalment, de les característiques de la resposta temporal i les especificacions ( $\xi$ ,  $\omega_n$  i  $t_{est}$ ).

Per a dur a terme les simulacions s'ha especificat el valor del coeficient d'esmoreïment i del temps d'establiment. Pel que fa al coeficient d'establiment, cal destacar que aquest determina la forma de la resposta transitòria. S'escull un valor de  $\xi = 0,8$ , atès que és un valor que fa que el sistema estigui subesmoreït i presenti les sol·licituds desitjades. D'altra banda, el temps d'establiment és el temps que passa des de que s'inicia l'evolució del sistema fins que la resposta se situa en un valor de  $\pm 2\%$  del valor en règim estacionari. Per al controlador de corrent s'ha triat un  $t_{est} = 0,001s$ . Finalment, destacar que la pulsació natural  $\omega_n$  és la freqüència amb la que oscil·laria el sistema si no existís l'esmoreïment.

La Figura 5.14 mostra com queda la implementació al *Simulink* del bloc de control del corrent detallant els controladors PI per a cada eix.

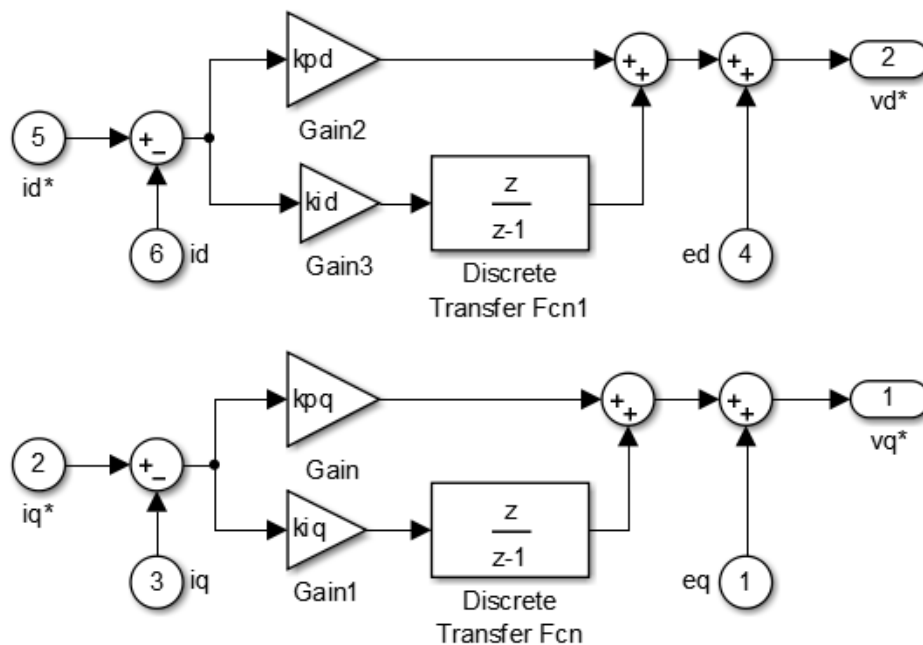


Figura 5.14 Implementació dels PI del control de corrent amb Simulink

### Limitació de la tensió i integrador *antiwindup*

Hi ha límits per a la sortida del llaç control del corrent, atès que les tensions assolides per consignes de parell suficientment elevades poden malmetre els aïllaments. Per altra banda, les consignes de tensió que surten d'aquest llaç han de ser subministrables per la bateria, és a dir que per a modular amb SVPWM mai es pot treballar amb un valor eficaç de tensió composta superior a  $v_{m\grave{a}x} = \frac{v_{dc}}{\sqrt{3}}$ . Com ja s'ha esmentat, en aquest limitador de tensió és on s'utilitzarà aquest valor de la font de tensió de bateries, obviant l'inversor.

El que realment succeeix quan la tensió que surt del controlador PI de corrent excedeix el límit és que l'integrador continua integrant l'error  $e$ , i el terme integral ( $y$  en la Figura 5.15) esdevé





El mòdul de les tensions de les equacions (5.16) i (5.17) s'obté de la manera següent:

$$v_u = \sqrt{v_{qu}^2 + v_{du}^2} \quad (5.18)$$

D'aquesta manera quan  $v_u$  excedeix la tensió màxima  $v_{m\grave{a}x}$ , és a dir  $v_u > v_{m\grave{a}x}$ , es calculen les tensions corresponents als eixos  $d'$  i  $q'$  de la manera següent:

$$v_{qs}^{r*} = v_{qu} \frac{v_{m\grave{a}x}}{v_u} \quad (5.19)$$

$$v_{ds}^{r*} = v_{du} \frac{v_{m\grave{a}x}}{v_u} \quad (5.20)$$

D'altra banda, quan  $v_u$  no supera la tensió màxima  $v_{m\grave{a}x}$ , les tensions corresponents als eixos  $d'$  i  $q'$  no es modifica.

La Figura 5.17 mostra la implementació al *Simulink* del controlador de corrent amb limitador de tensió i integrador *antiwindup* incorporats.

### 5.4.3 Control de la velocitat

La Figura 5.18 mostra el bloc EMC de control de la velocitat que rep una consigna de velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}^*$  i la compara amb la velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}$  a la que va el motor, extraient-ne la consigna de parell  $T_e^*$  que és l'input del bloc de conversió del control de parell. Aquest bloc del control de la velocitat no és res més que aplicar l'equació mecànica del PMSM (4.47) i, per tant, també hi intervé el parell de càrrega  $T_L$ .

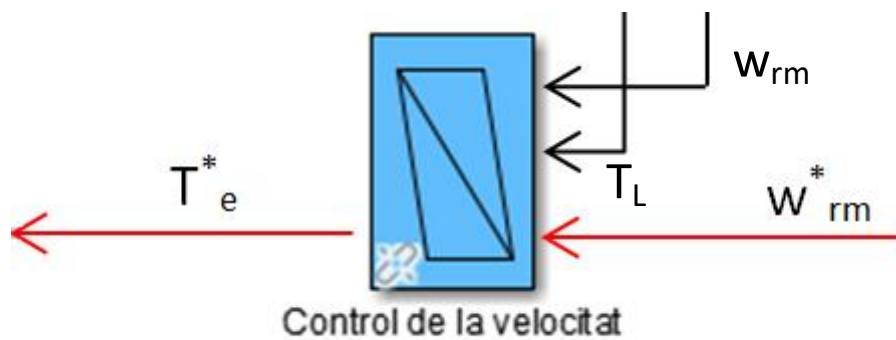


Figura 5.18 Bloc EMC del control de velocitat

La velocitat  $\omega_{rm}$  és l'output del bloc de l'equació mecànica del PMSM, mentre que el parell resistiu  $T_L$  és generat a la font de càrrega a partir de les diverses forces –en forma de parell a l'eix de la roda– i també depèn de la consigna de velocitat  $\omega_{rm}^*$  que s'introdueix al sistema, tal i com s'explica en l'annex A.

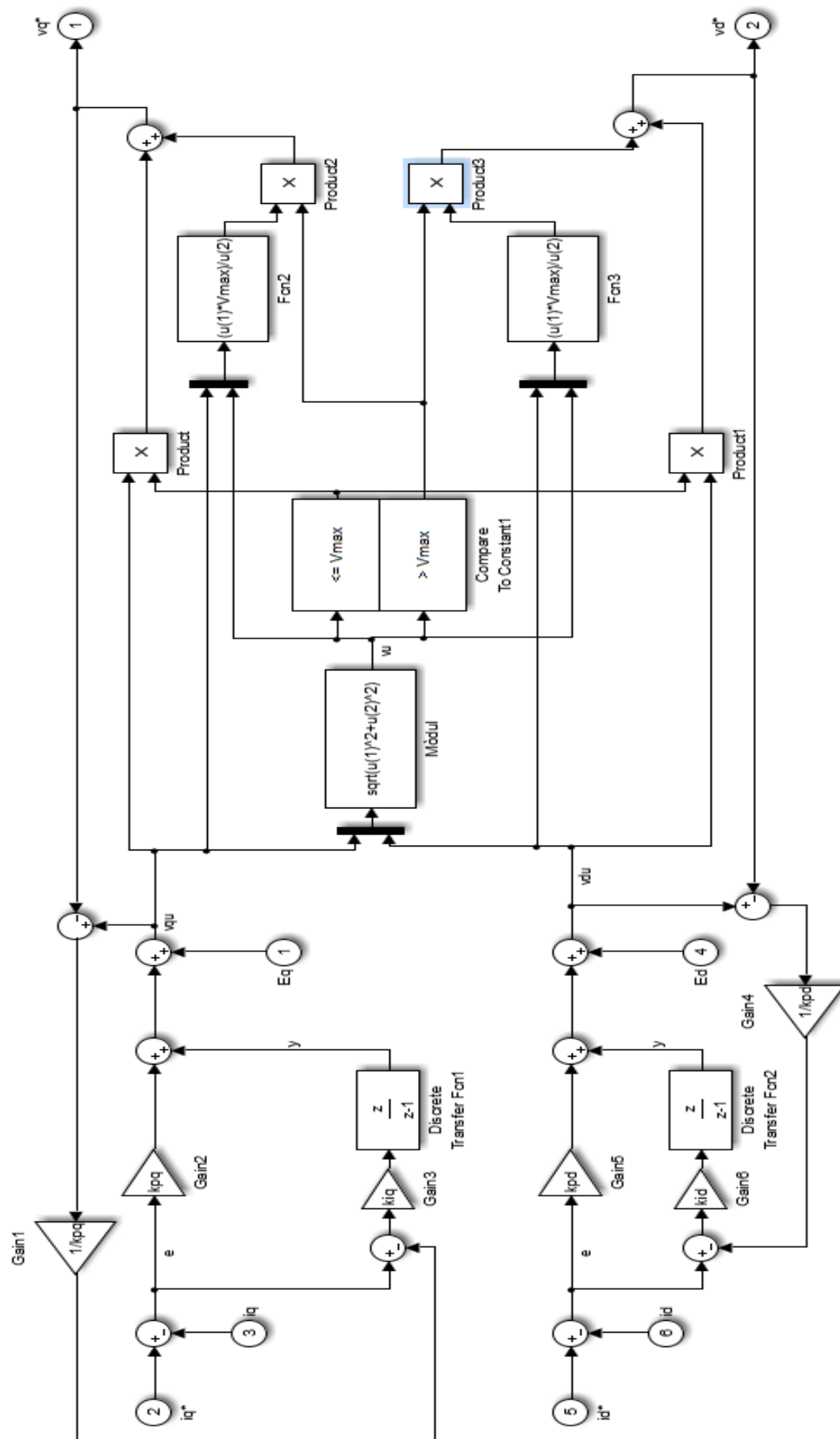


Figura 5.17 Implementació del controlador de corrent amb limitador de tensió i antiwindup

En el cas del control de la velocitat també s'utilitza un controlador PI i se suposa que el llaç de corrent és un guany unitari per tal de simplificar. L'ajust del PI del control de la velocitat s'ha fet anàlogament al del control del corrent. D'aquesta manera, les funcions de transferència en temps discret, tant de la planta (part mecànica de la PMSM) com del controlador de velocitat, es mostren de la següent manera:

$$G'(z) = \frac{e^{\frac{B_m T_s}{J}} - 1}{B_m \left( e^{\frac{B_m T_s}{J}} \cdot z - 1 \right)} \quad (5.21)$$

$$G_c'(z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_i' T_s \cdot z + 2K_p' \cdot z + K_i' T_s - 2K_p'}{(z-1)} \quad (5.22)$$

A partir de les equacions (5.21) i (5.22) i fent analogia amb les equacions (5.8), (5.11), (5.12) i (5.13) es troben les constants  $K_p'$  i  $K_i'$  d'igual manera que s'han trobat les constants del controlador de corrent. Per a la simulació del control de velocitat s'han especificat un coeficient d'esmoreïment  $\xi = 0,8$  i un temps d'establiment  $t_{est} = 0,01s$ . La Figura 5.19 mostra la manera en què s'ha implementat el llaç de control de la velocitat amb el Simulink.

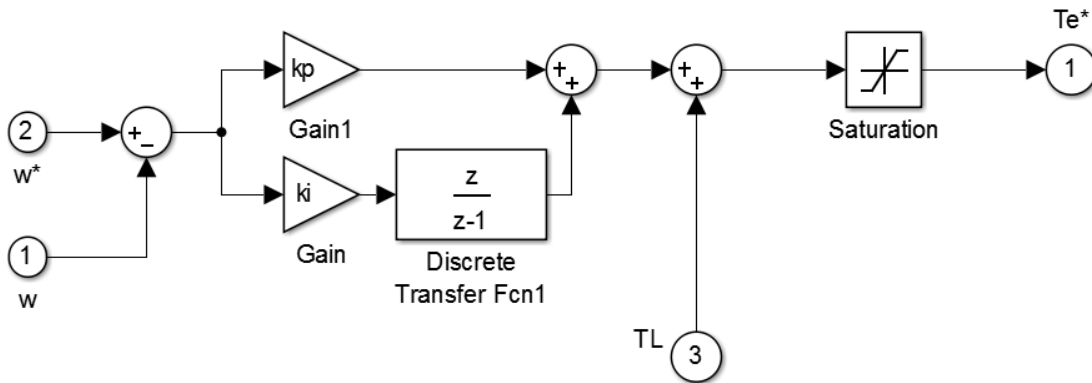


Figura 5.19 Implementació del controlador de velocitat amb Simulink

Com es pot observar en aquesta Figura 5.19, se satura la sortida del llaç de control de velocitat, això és la consigna de parell  $T_e^*$ . Això és degut a que, durant l'arrencada, el motor requereix proporcionar un parell  $T_e^*$  molt elevat i, per tant, fins que la velocitat del sistema  $\omega_{rm}$  ( $w$  en la Figura 5.19) no s'estabilitza, cal limitar aquest parell. Si no es limita aquesta consigna de parell, la consigna de corrent  $i_{qs}^{r*}$  presentarà un valor extremadament elevat que pot acabar fent malbé el motor. S'ha seleccionat un valor de saturació per a la consigna de parell de  $T_e^* = 150 Nm$  (un corrent lleugerament superior a  $i_{qs}^{r*} = 250 A$ ), atès que mitjançant el mètode de prova i error, s'ha comprovat que és un valor que permet el correcte funcionament del PMSM implementada i prou alt com per aconseguir una arrencada ràpida.

## CAPÍTOL 6

# Simulació del motor síncron d'imants permanents

### 6.1 Introducció

Una vegada tractats tots els components que configuren tot el sistema de control del PMSM (blocs REM del motor i blocs EMC del control) i a partir dels valors de tots els paràmetres que influeixen en la modelització i que es poden visualitzar en l'Annex A, es procedeix a la simulació del funcionament del PMSM en qüestió.

L'objectiu d'aquest capítol és validar el correcte funcionament del PMSM per a valors concrets de la consigna de velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}^*$  i, per a dur-ho a terme, se simula el sistema amb el *Simulink* i es comproven els valors de certs paràmetres del model. També es vol comprovar el correcte funcionament de l'integrador *antiwindup* i el limitador de tensió implementats en el llaç de control de corrent. Per tal d'assolir aquests objectius s'estudien una sèrie de casos diferenciats per la consigna de velocitat aplicada i per l'angle del pendent  $\alpha$  en el qual treballa la *scooter*.

Així doncs, i tenint en compte les simplificacions que s'han detallat amb anterioritat, en la Figura 6.1 es mostra el model final del PMSM implementat al *Simulink*, els blocs del qual s'han explicat en el Capítol 5 de manera detallada.

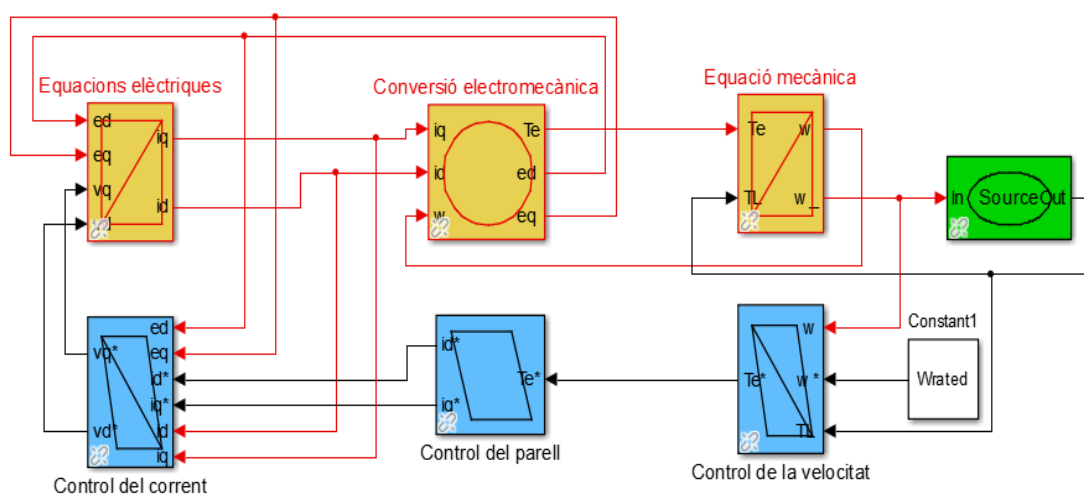


Figura 6.1 Implementació del sistema complet del PMSM amb Simulink

## 6.2 Casos de simulació

En aquest apartat es vol veure quines diferències hi ha en les respostes de la velocitat mecànica  $\omega_{rm}$  i del parell produït pel motor  $T_e$  si se li apliquen unes consignes  $\omega_{rm}^*$  i  $\alpha$  determinades. Cal destacar que aquestes dues consignes determinen també el parell resistiu  $T_L$  de la càrrega, per les relacions amb l'entorn establertes en l'Annex A. Per cadascun d'aquests casos es visualitzen també les consignes de tensió ( $v_{ds}^*$  i  $v_{qs}^*$ ) i corrent ( $i_{ds}^*$  i  $i_{qs}^*$ ) com a elements de validació del model.

- **Cas 1:** velocitat de 50 km/h en pla

En aquest primer cas d'estudi s'ha especificat que la scooter circuli en pla ( $\alpha = 0$ ) i que la consigna de velocitat sigui  $\omega_{rm}^* = 58,355 \text{ rad/s}$ . El parell de càrrega  $T_L$  no tindrà la component horitzontal del pes i per tant serà força baix  $T_L = 9,1407 \text{ Nm}$ .

La Figura 6.2 mostra l'evolució de la velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}$  (corba verda) envers la consigna  $\omega_{rm}^*$  (corba blava).

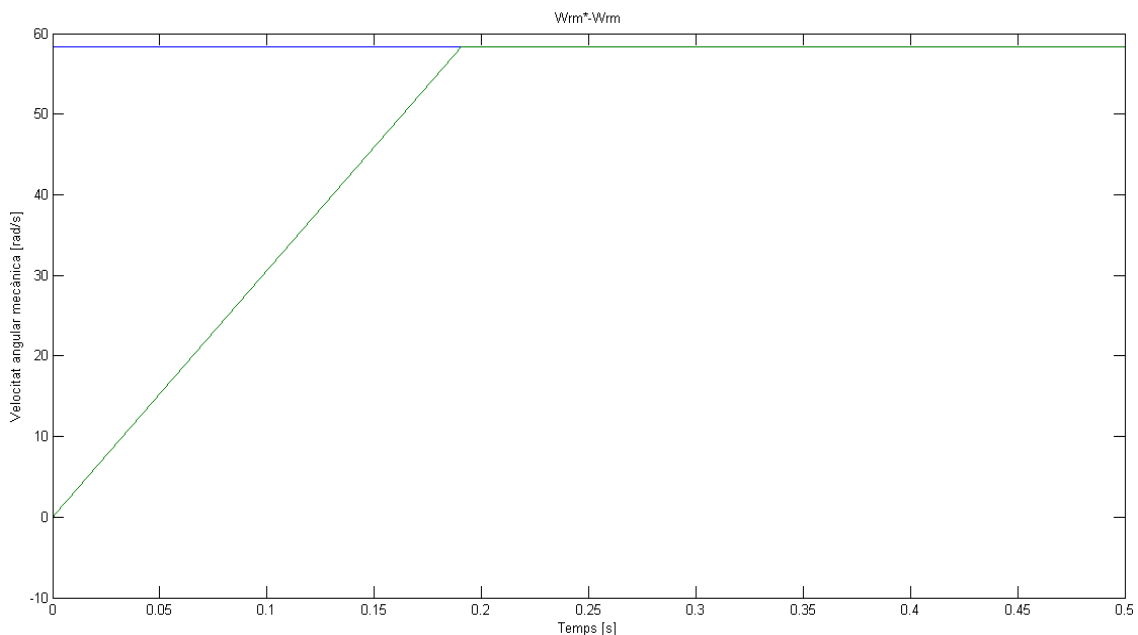


Figura 6.2 Velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}^* - \omega_{rm}$  cas 1

Com es pot observar la velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}$  del PMSM arriba de manera molt ràpida a la consigna establerta ja que abans dels 0,2s de simulació ja estableix el final del transitori. És pot parlar d'un cas en el que les especificacions es compleixen de manera clara i el PMSM pot assolir la velocitat de  $\omega_{rm}^* = 58,355 \text{ rad/s}$  quan la scooter es troba en un pla.

La Figura 6.3 mostra el parell que requereix el PMSM,  $T_e$  (corba verda), a partir de la consigna que genera el controlador de la velocitat  $T_e^*$  (corba blava).

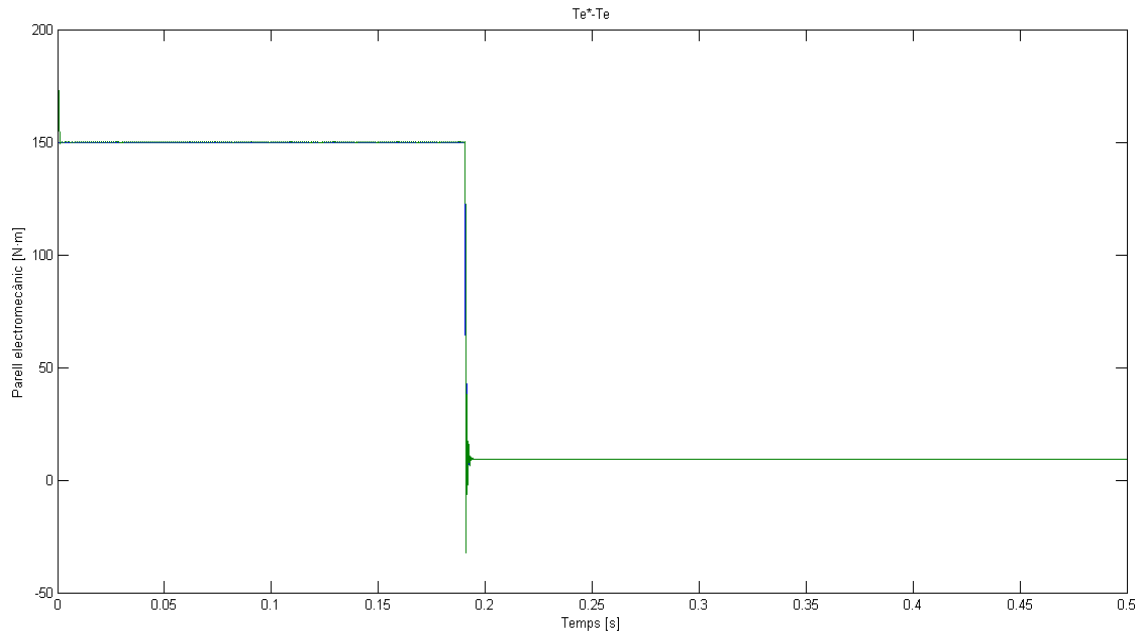


Figura 6.3 Parell electromecànic  $T_e^*-T_e$  cas 1

Tant la consigna com el valor real del parell electromecànic produït pel PMSM presenten dos valors diferenciats: un de 150 Nm durant el transitori i l'altre gairebé igual al parell resistiu  $T_L$ , atès que la diferència entre les velocitats consigna i real ( $\omega_{rm}^* - \omega_{rm}$ ) és ínfima. Cal destacar que durant el transitori el valor que presentaria el parell electromecànic (tant la consigna com el valor real) seria molt elevat, però tal i com es comenta a la secció 5.4.3 del Capítol 5, s'ha limitat aquest valor per a que no es malmeti el motor.

A continuació es mostren els gràfics de les consignes de corrent i de tensió en les Figures 6.4 i 6.5, respectivament. Les corbes verdes pertanyen a les magnituds de l'eix  $q'$  en quadratura, mentre que les blaves corresponen a les magnituds de l'eix  $d'$  en directe.

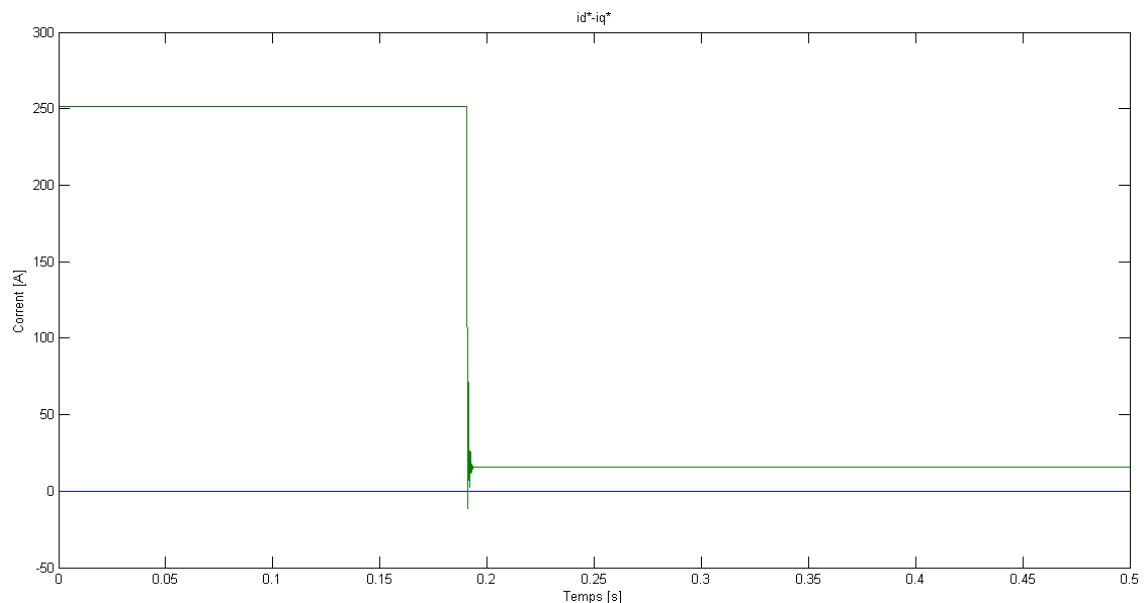


Figura 6.4 Consignes de corrent  $i_{ds}^{r*}-i_{qs}^{r*}$  cas 1

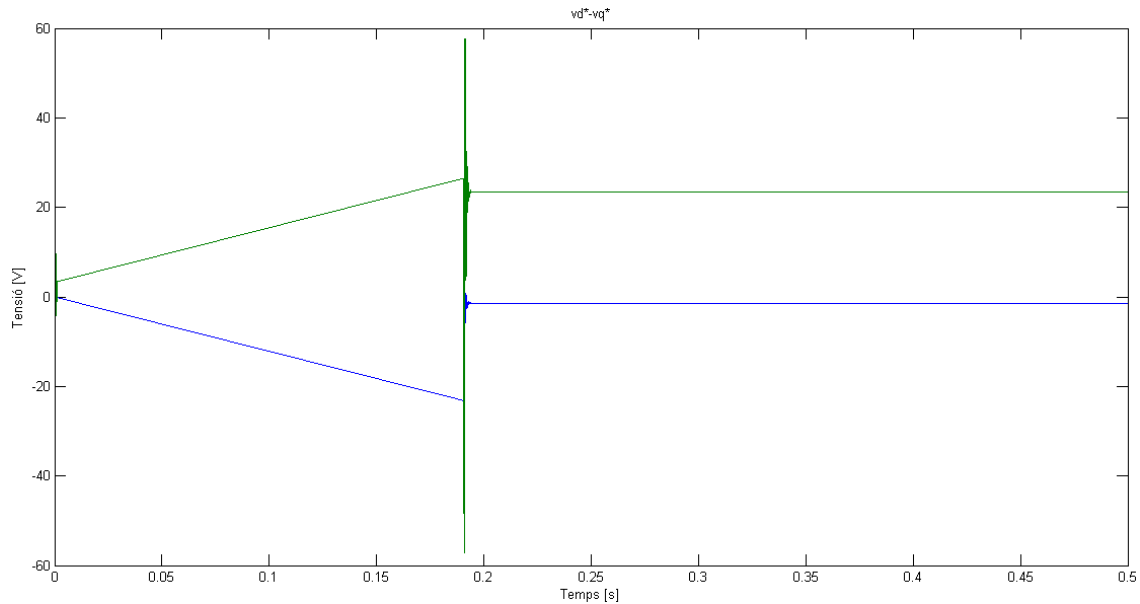


Figura 6.5 Consignes de tensió  $v_{ds}^*-v_{qs}^*$  cas 1

La Figura 6.4 permet comprovar que la consigna de corrent també ve condicionada pel limitador de la consigna de parell  $T_e^*$ , ja que durant el transitori es presenta un valor de  $i_{qs}^* = 251,25 \text{ A}$ . Per la seva banda, en la Figura 6.5 es pot comprovar com just al principi i al final del transitori hi ha un sobre pic de tensió que arriba gairebé als 60 V (es comprova l'efecte del limitador de tensió). En aquest cas, el sobre puig dels parells és més elevat si no s'implementa, a més, l'*antiwindup*, però com que en l'estat estacionari les tensions no arriben a la  $v_{màx}$  el parell que genera el PMSM  $T_e$  i el de la consigna  $T_e^*$  són iguals, per tant s'han d'estudiar altres casos on es vegi millor l'efecte del limitador de tensió.

- **Cas 2:** velocitat de 50 km/h i un pendent del 20%

El segon cas d'estudi pretén simular que la scooter continua circulant amb una consigna de  $\omega_{rm}^* = 58,355 \text{ rad/s}$ , però ara es troba en un pendent del 20% ( $\alpha = 11,3099^\circ$ ). Per tant, ara el parell resistiu serà  $T_L = 100,63 \text{ Nm}$ , perquè apareix la component horitzontal del pes.

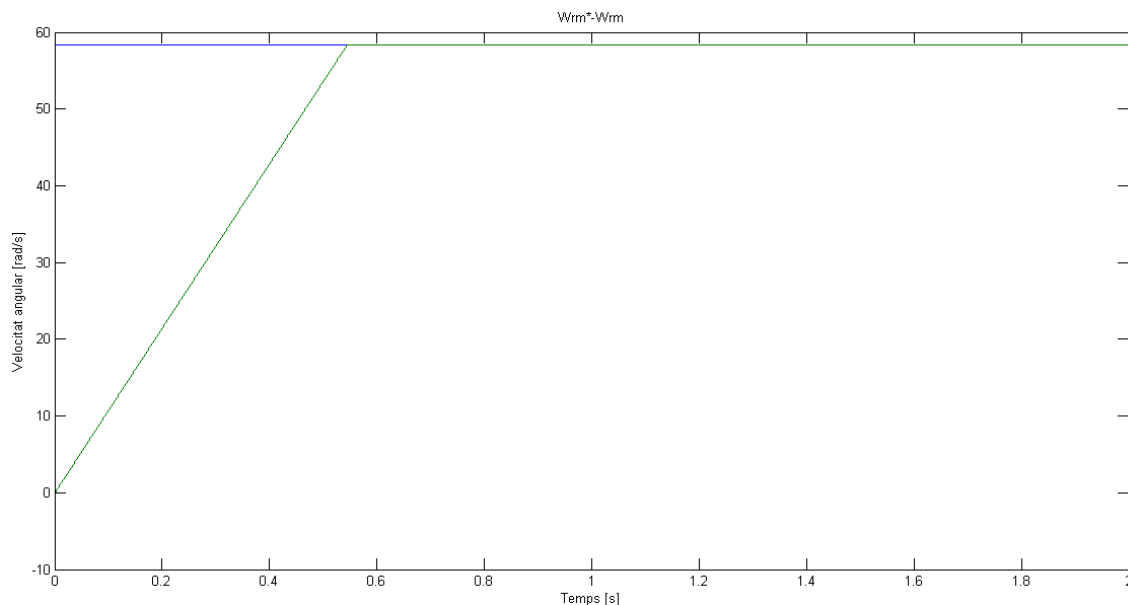


Figura 6.6 Velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}^*-\omega_{rm}$  cas 2



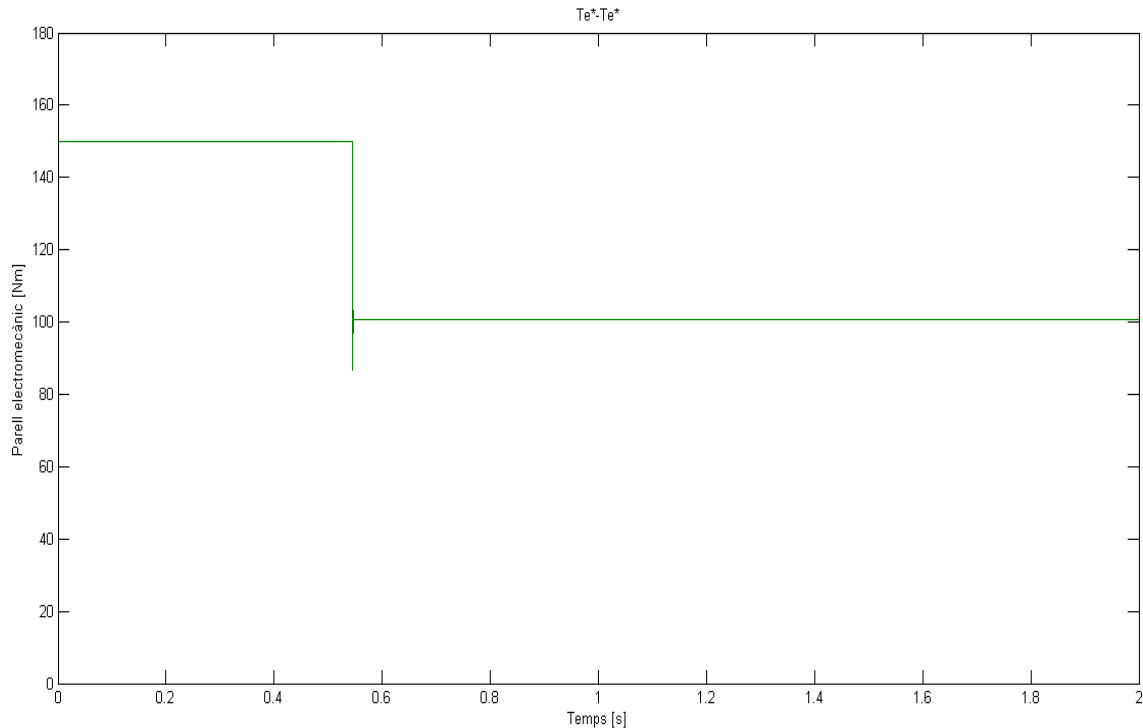


Figura 6.7 Parell electromecànic  $T_e^*-T_e$  cas 2

A les Figures 6.6 i 6.7 s'estudien els gràfics  $\omega_{rm}^*-\omega_{rm}$  i  $T_e^*-T_e$ . En la Figura 6.6 es pot veure que el comportament de la velocitat angular mecànica és similar al de la Figura 6.2, radican la única diferència en el fet que el transitori dura més temps, atès que la  $\omega_{rm}$  arriba a la consigna una mica abans dels 0,6s de simulació. Això és degut a l'efecte del parell resistiu que és comparativament més elevat que en el cas 1 i fa que la velocitat s'estableixi més tard. Pel que fa a la Figura 6.7, es pot observar que el comportament del parell electromecànic és idèntic al de la Figura 6.3, simplement que en estat estacionari el valor és més elevat (degut a la diferència ja esmentada del parell resistiu).

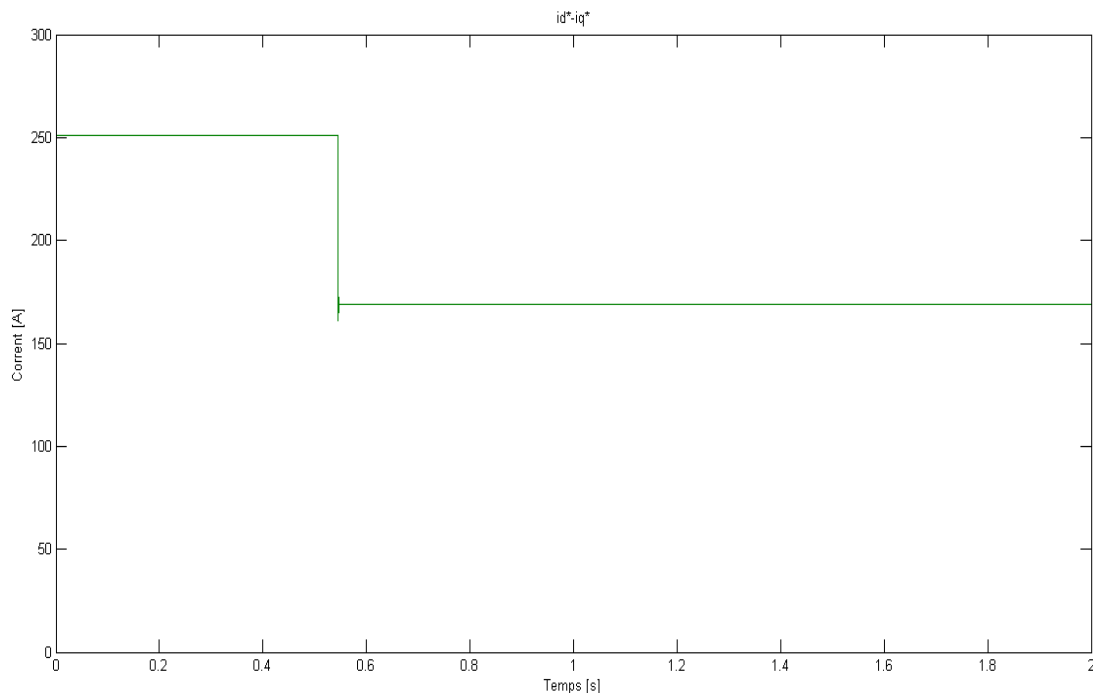


Figura 6.8 Consignes de corrent  $i_{ds}^*-i_{qs}^*$  cas 2

La Figura 6.8 mostra les consignes dels corrents (només es mostra la  $i_{qs}^{r*}$ , atès que la de l'eix  $d'$  és nul·la). Es pot observar que el comportament és el mateix que el mostrat en la Figura 6.4, amb l'única diferència que el valor de la consigna de corrent un cop ha acabat el règim transitori és més elevat.

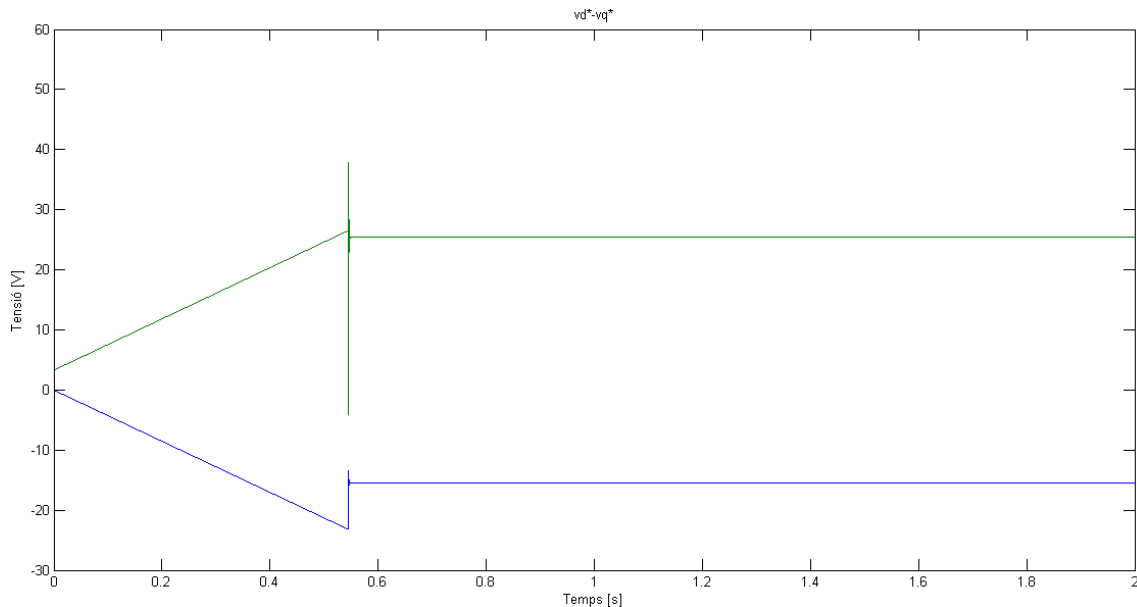


Figura 6.9 Consignes de tensió  $v_{ds}^{r*}$ - $v_{qs}^{r*}$  cas 2

Com es pot observar a la Figura 6.9, també es mostren sobre pics de tensió durant el transitori deguts als forts requeriments durant l'arrencada. La diferència amb el gràfic de la Figura 6.5, recau en el fet que en aquest cas la  $v_{ds}^{r*}$  presenta un valor diferent de 0, per tant, la tensió composta té dos components que s'han de tenir en compte en la comparació amb  $v_{m\grave{a}x}$ . De tota manera, es pot comprovar que tot i haver augmentat el pendent en aquest cas 2 i que el requeriment de parell sigui més elevat en l'estat estacionari, el requeriment de les tensions no arriba als límits imposats per la bateria i, per tant, l'acció del limitador torna a quedar restringida al règim transitori i s'ha de buscar un nou cas on es pugui notar el seu efecte en el règim permanent.

- **Cas 3:** velocitat de 110 km/h en pla

Aquest cas, torna a ser semblant al primer perquè el parell resistiu torna a prescindir de la component horitzontal del pes perquè el pendent és nul ( $\alpha = 0$ ). El que ha canviat respecte al primer cas és la velocitat de consigna, que ara es de 110 Km/h, és a dir  $\omega_{rm}^* = 128,381 \text{ rad/s}$ . El parell resistiu  $T_L$  torna a ser més petit, tot i que amb el terme de la resistència aerodinàmica és un pel més elevat que en el primer cas, així és  $T_L = 34,41 \text{ Nm}$ .

És probable que aquest cas en particular sigui una mica irreal, atès que una *scooter* no sol agafar aquestes velocitats tant elevades. Però s'ha volgut comprovar l'efecte del limitador de tensió durant el règim permanent i per això s'ha optat per aquesta velocitat de consigna tant alta. Una altra opció vàlida seria intentar una variant amb una velocitat més moderada combinada amb un pendent de percentatge no gaire elevat, però aquest cas no ha estat objecte d'estudi en el present treball. Així doncs, anàlogament com s'ha fet per als casos 1 i 2, s'estudien els gràfics  $\omega_{rm}^* - \omega_{rm}$ ,  $T_e^* - T_e$ ,  $i_{ds}^{r*} - i_{qs}^{r*}$  i  $v_{ds}^{r*} - v_{qs}^{r*}$ .

En la Figura 6.10 es pot observar l'evolució de la velocitat angular mecànica del PMSM  $\omega_{rm}$  (corba verda), enfront de la consigna  $\omega_{rm}^*$  (corba blava). Com es pot observar, aquest cas és ben diferent que els dos anteriors perquè quan s'assoleix l'estat estacionari, passats uns 1,2s de la simulació, la velocitat real no arriba al valor establert per la consigna. De fet, la  $\omega_{rm}$  està per sota dels 124 rad/s, mentre que la  $\omega_{rm}^*$  és lleugerament superior als 128 rad/s, com ja s'ha comentat.

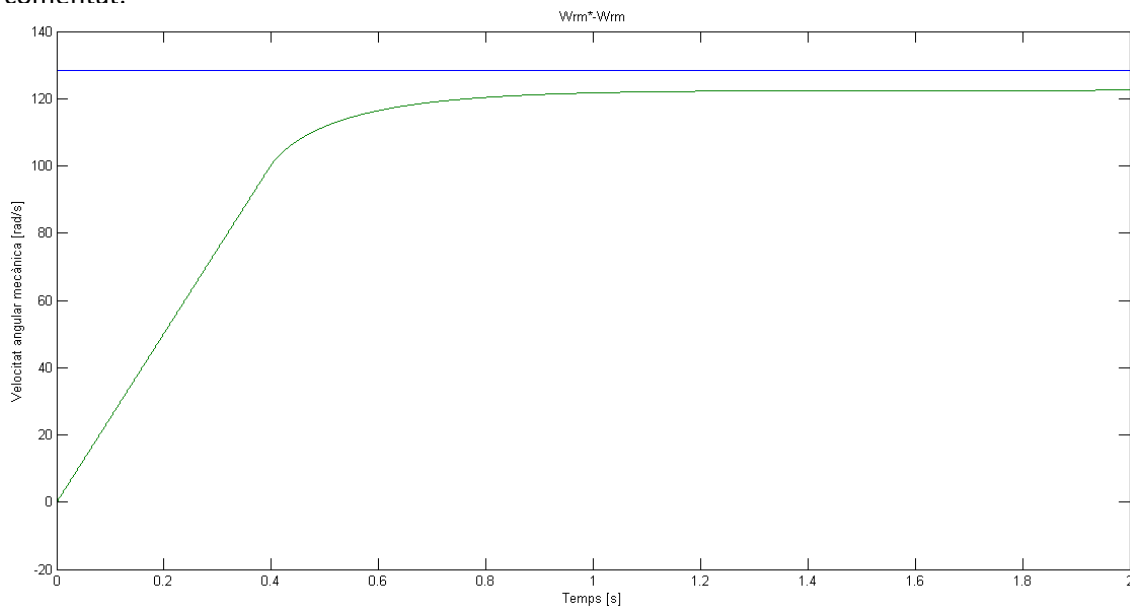


Figura 6.10 Velocitat angular mecànica  $\omega_{rm}^* - \omega_{rm}$  cas 3

La Figura 6.11 mostra la comparació entre la consigna de parell (corba blava) i el parell electromecànic real requerit pel PMSM (corba verda),  $T_e^* - T_e$ . Tal i com es veu, en l'arrencada no hi ha cap diferència respecte als gràfics de les Figures 6.3 i 6.7, però una mica abans dels 0,4s de simulació (quan la velocitat  $\omega_{rm}$  perd la linealitat), la consigna de parell  $T_e^*$  continua amb el valor de saturació, mentre que el valor real  $T_e$  va reduint-se fins a establir l'estat estacionari.

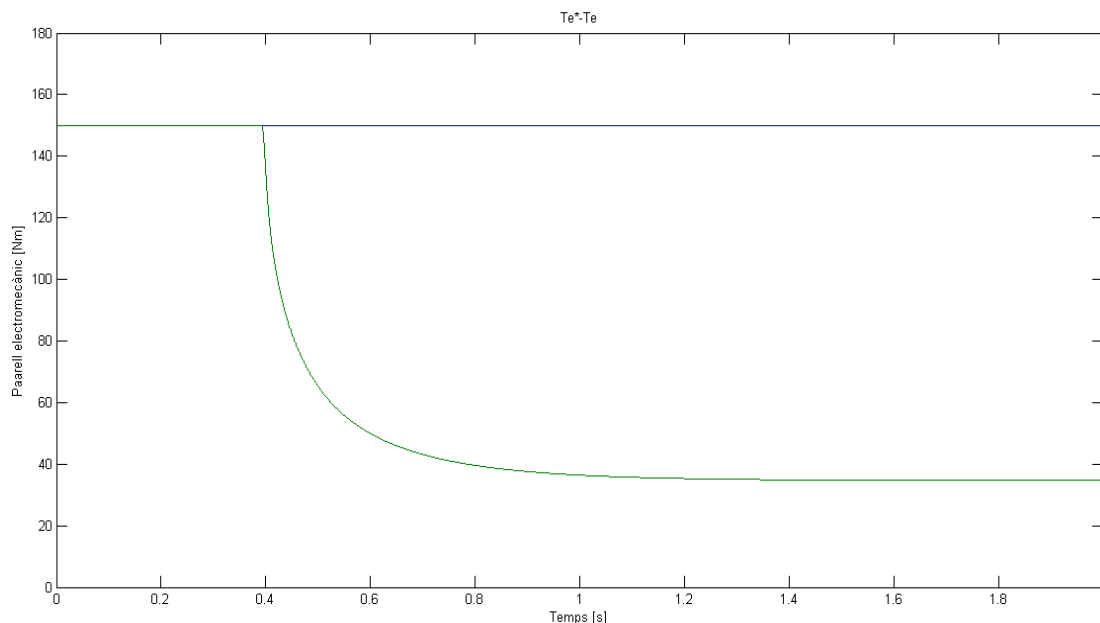


Figura 6.11 Parell electromecànic  $T_e^* - T_e$  cas 3

Aquest fet és degut a que sempre hi haurà diferència entre les velocitats  $\omega_{rm}^* - \omega_{rm}$  i, per tant la generació de la consigna de parell en el controlador de velocitat sempre serà molt elevat (en aquest cas 150 Nm perquè és el valor que s'ha proposat de saturació). Per la seva banda, el parell requerit pel PMSM va reduint-se perquè limitador implementat limita la tensió que fa de consigna. D'aquesta manera es veu com, en aquest cas 3, el PMSM rep l'ordre de fer un parell determinat per a establir la velocitat de consigna, però degut a les tensions limitades no el pot assolir, fent que la velocitat final no assoleixi la consigna.

La Figura 6.12 mostra el corrent de consigna  $i_{qs}^{r*}$ , que evidentment serà permanentment el més elevat possible, això és  $i_{qs}^{r*} = 251,25 \text{ A}$ , ja que el parell de consigna també presenta el valor més alt possible (el de saturació) de manera permanent.

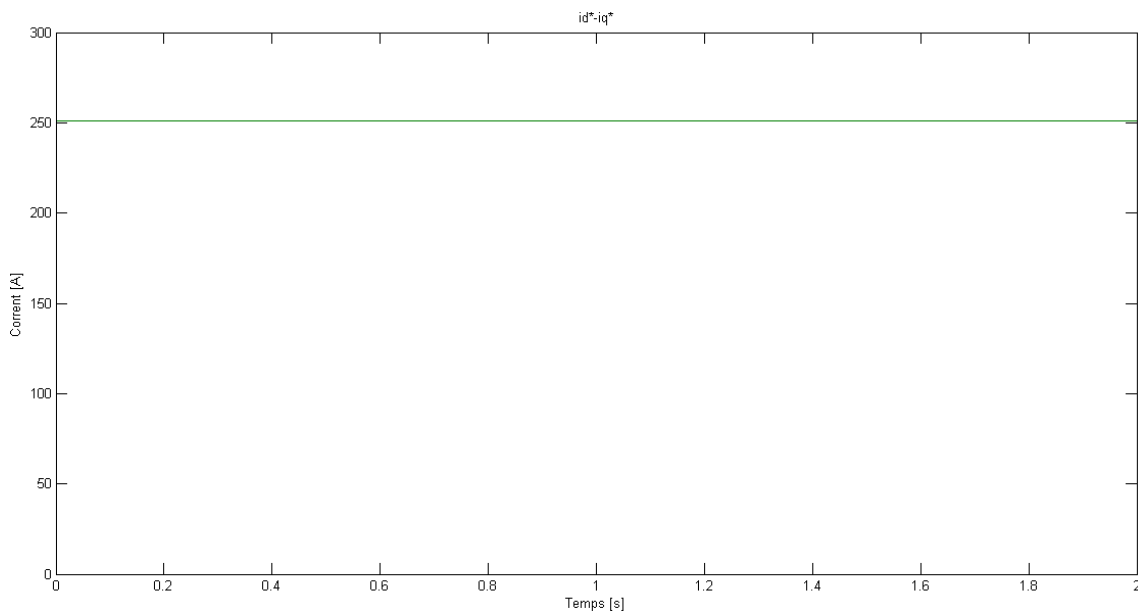


Figura 6.12 Consignes de corrent  $i_{ds}^{r*} - i_{qs}^{r*}$  cas 3

En la Figura 6.13 es poden observar les consignes de tensió i  $v_{ds}^{r*} - v_{qs}^{r*}$  i es confirma que el limitador de tensió funciona en el règim permanent atès que dites consignes queden limitades.

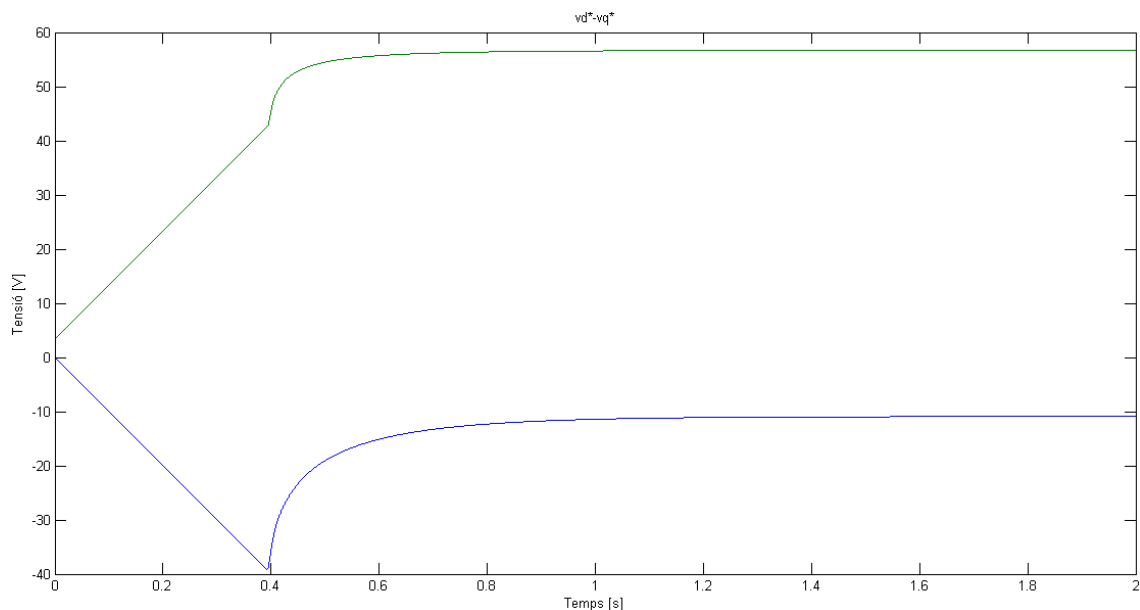


Figura 6.13 Consignes de tensió  $v_{ds}^{r*} - v_{qs}^{r*}$  cas 3

Quan s'assoleix l'estat estacionari doncs,  $v_{qs}^{r*} = 56,7 \text{ V}$  i  $v_{ds}^{r*} = -10,9 \text{ V}$  i d'aquesta manera el mòdul no supera  $v_{m\grave{a}x}$ . D'aquesta manera es veu perfectament l'actuació del limitador de tensió implementat, que al final, és el principal culpable de que la PMSM no arribi als valors establerts per la consigna. Si aquest no s'hagués implementat els resultats serien semblants als del primer cas, però la consigna presentaria uns valors tant elevats de tensió durant el règim permanent que el convertidor no seria capaç de generar-los.

## CAPÍTOL 7

### Anàlisi econòmic

Degut a que no s'ha dut a terme la implementació física del controlador del PSMS, no es poden tenir en compte els recursos materials emprats, però sí que es pot fer un càlcul aproximat de l'energia consumida per l'ordinador en el temps de durada del projecte. Així doncs, l'anàlisi econòmic es distribueix en tres conceptes diferents: els recursos humans, on s'engloben les diverses tasques dutes a terme per l'estudiant en el projecte; els costos derivats de l'adquisició de llicències de *software*, el que podríem englobar en els costos I+D; i aquest cost energètic explicat anteriorment.

#### 7.1 Recursos humans

La Taula 7.1 mostra el cost de personal desglossat en tasques, hores dedicades i preu per hora.

ACTIVITAT	PREU/HORA	HORES DEDICADES	COST
Investigació	20 €/h	120 h	2.400 €
Implementació	30 €/h	168 h	5.040 €
Correccions	30 €/h	96 h	2.880 €
Memòria	10 €/h	120 h	1.200 €

Taula 7.1 Cost de personal desglossat

Com es pot apreciar el cost derivat de les tasques realitzades seria de 11.520 € i es pot establir que el projecte ha constatat de 63 dies (3 mesos) si es treballa 8 hores diàries. Per tant, es pot establir un sou mensual de 3.840 €/mes.

#### 7.2 Recursos I+D

La Taula 7.2 desglossa els elements i recursos necessaris pel desenvolupament del projecte que no es consideren elements físics. S'ha realitzat una estimació del temps d'ús dels equips per calcular el temps d'amortització de cadascun d'aquests. Els equips que s'han tingut en compte són el propi ordinador, el software de simulació i la matrícula del projecte a la universitat.

EQUIP	PREU	AMORTITZACIÓ	TEMPS D'ÚS	COST
PC	800 €	7 anys	6 mesos	57,14 €
Matlab (Student)	0	--	--	0 €
Matrícula projecte	429,44 €	6 mesos	6 mesos	429,44 €

Taula 7.2 Cost I+D desglossat

El cost d'aquesta secció és de 486,58 €

## 7.3 Cost energètic

Com ja s'ha comentat, la Taula 7.3 mostra el càlcul aproximat del preu de l'energia consumida per l'ordinador. Es pot observar que és un preu comparativament baix.

EQUIP	EERGIA CONSUMIDA	TEMPS DEDICAT	PREU	COST
Energia elèctrica	70 W/h	450 h	0.12 €/KW	3,78 €

Taula 7.3 Cost energètic

## 7.4 Cost total del projecte

La Taula 7.4 mostra el cost total del projecte tenint en compte els tres desglossaments realitzats.

EQUIP	COST
Recursos humans	11.520 €
I+D	486,58 €
Cost energètic	3,78 €
<b>TOTAL</b>	<b>12.010,36 €</b>

Taula 7.4 Cost total del projecte

## CAPÍTOL 8

### Impacte mediambiental

El continu augment de la població, acompanyat de les seves necessitats, així com el desenvolupament exponencial de la societat en l'exploració del món industrial, ha disparat les alarmes dels experts en matèria de recursos existents en el planeta. És per això, que des de fa ja unes quantes dècades, els projectes a nivell industrial han de presentar un estudi sobre l'impacte ambiental en la seva elaboració, que sigui capaç de garantir certa viabilitat en la seva implantació. Les previsions de futur, a tot això, són força preocupants i el desenvolupament tecnològic sostenible, que pretén casar les necessitats de la societat amb el respecte per al medi ambient, és obligat i utilitza com a eina bàsica la prevenció.

Centrant el focus en la mobilitat elèctrica, atès que el present projecte es basa en l'estudi de la tecnologia que en fa possible el seu desenvolupament, és pot dir que l'impacte ambiental generat és doblement positiu. Per una banda, el fet de que els vehicles elèctrics desplacin el focus de contaminació de les grans ciutats a les centrals tèrmiques (en el supòsit que l'energia elèctrica necessària per a la conversió electromecànica es genera en aquestes centrals), ja té un efecte positiu sobre la societat. És més, no només s'aconsegueix un allunyament de la contaminació de les zones més poblades sinó que, atenent al fet que els rendiments d'aquestes centrals tèrmiques són molt més alts que els dels motors tèrmics instal·lats en vehicles convencionals, la contaminació es redueix de manera ostensible. Per altra banda, hi ha un segon efecte a tenir en compte i és el fet que la generació de l'energia elèctrica pot provenir de fonts renovables causant un impacte ambiental molt menor. Si bé és cert que la tecnologia desenvolupada per al seu aprofitament, també s'ha de tenir en compte com a factor negatiu.



## CAPÍTOL 9

### Conclusions

#### 9.1 Tasques realitzades

En la primera part d'aquest projecte s'han estudiat de manera exhaustiva els diversos tipus de màquines elèctriques existents segons la tipologia de font d'alimentació, l'origen del camp magnètic d'excitació i l'orientació d'aquest camp magnètic. S'ha conclòs que la màquina elèctrica més adient per a fer-la servir com a motor elèctric és el motor síncron d'imants permanents PMSM, que està dotat d'imants permanents com a font d'origen del camp magnètic d'excitació. S'han presentat les característiques més rellevants, destacant l'alta densitat de potència i l'alt rendiment energètic ofert per aquest tipus de màquina.

Posteriorment s'han presentat les diverses tècniques de control del PMSM, escollint com a opció la del control vectorial, que incorpora un llaç de control del parell i un altre de control de la velocitat. Referent a aquesta tècnica, i al PMSM en general, s'ha dut a terme un petit estudi de l'estat de l'art que recull els estudis més rellevants en la matèria de les últimes dècades.

Un cop realitzat aquest estudi, s'ha estat capaç d'entendre i desenvolupar la modelització matemàtica d'un PMSM, que detalla els fenòmens físics que governen la màquina. S'han presentat prèviament les equacions en variables de la màquina per, seguidament i davant de la necessitat de síntesi per a una correcta comprensió, expressar-les en la base de referència en sincronisme amb el rotor. En aquesta nova referència s'han presentat les equacions elèctriques, l'equació del parell electromecànic i l'equació mecànica que relaciona les variables del motor amb l'entorn. També s'han exposat els diversos modes d'operació del PMSM, escollint el del *Màxim parell per Ampère* per al projecte.

A continuació s'ha presentat el motor amb el qual es treballa i s'ha procedit a exposar els diversos blocs dels quals consta el model que el representa i els blocs que conformen el seu sistema de control. S'han explicat les simplificacions que s'han dut a terme a mesura que apareixien en l'explicació. Els aspectes més rellevants que s'han tractat en el sistema de control del PMSM són: l'ajust de les constants dels controladors PI implementats per a cadascun dels llaços de corrent i de velocitat i la limitació de la tensió combinada amb el disseny de l'integrador *antiwindup*. Per la seva banda, les simplificacions que s'han considerat són la idealització de la bateria generadora i l'inversor i la realimentació dels corrents de l'estator al sistema de control degut a l'absència de sensor de la posició del rotor. Tot i el

conjunt de simplificacions dut a terme, s'ha conclòs que la implementació realitzada del model del PMSM i del seu sistema de control, dóna una idea clara de la metodologia de control estudiada.

Finalment, s'ha simulat tot el sistema implementat propasant tres casos de treball que representen diverses situacions de funcionament del PMSM dins de l'*scooter*, tenint en compte certs aspectes de la seva interacció amb l'entorn. S'ha estudiat i explicat l'evolució de certes variables d'interès per a cadascun dels casos que han permès validar la implementació.

## 9.2 Futures línies de treball

Aquest projecte es pot utilitzar com a base i referència, amb les modificacions oportunes, per a nous treballs d'investigació. Per començar, a partir d'aquest estudi es pot acabar de desenvolupar el sistema implementat afegint la bateria i l'inversor per a que la simulació del sistema tingui un significat més realista. A més, també es pot fer el disseny del sensor de posició que permeti calcular la posició del rotor en tot moment i, a partir d'aquesta i mitjançant la transformada de Park, mesurar els corrents reals de l'estator en comptes de realimentar-los al sistema de control. Per últim, també es podria fer un estudi amb les altres tècniques de control per al mateix PMSM, o bé canviar el mode d'operació buscant-ne una comparativa amb el present projecte.

## **AGRAÏMENTS**

Una vegada acabat el projecte, voldria mencionar, en senyal de reconeixement, a totes aquelles persones que han fet possible el treball, i sense les quals això no hagués estat possible.

En primer lloc, al tutor del projecte, el Dr. Daniel Montesinos Miracle, per haver-me ajudat en la recerca de la proposta de treballs i haver-me permès la possibilitat de treballar al CITCEA-UPC. Sense la seva ajuda en els moments clau del desenvolupament del treball, no hauria arribat al resultat final. És per això que li agraeixo la seva total disponibilitat i amabilitat.

En segon lloc m'agradaria mencionar als amics, molt en especial a aquells companys de carrera amb els quals hem viscut moltes experiències i que, considero, són de les poques persones que es poden posar en la meua pell en un assumpte com aquest.

Vull agrair molt especialment a tres persones molt importants com són l'Anna, la Marta i la Sara que sempre m'han encoratjat durant tots aquests anys, més enllà del projecte, i que m'han fet de referent en innombrables ocasions.

També vull agrair als meus pares i la meua família en general als quals els dec tot el que tinc i que m'han ajudat a ser la persona que soc avui.

I finalment a tu, Berta, que ets la raó de tot això i de tot allò. Aquest projecte és tant teu com meu, com ho són totes les altres coses.

## Annex A

### A.1 Valor dels paràmetres del PMSM

El motor que s'ha fet servir per al projecte presenta els seus paràmetres amb els següents valors:

SÍMBOL	PARÀMETRE	VALOR
$pp$	Parell de pols del rotor	20
$\omega_{rm}^*$	Velocitat angular mecànica consigna	$58,355 \text{ rad/s}$
$T_L$	Parell de càrrega	$9,1407 \text{ N} \cdot \text{m}$
$R_s$	Resistència de l'estator	$13 \times 10^{-3} \Omega$
$L_d$	Inductància de l'estator en l'eix d	$70 \times 10^{-6} \text{ mH}$
$L_q$	Inductància de l'estator en l'eix q	$79 \times 10^{-6} \text{ mH}$
$\lambda_m$	Flux dels imants del rotor	$0,0199 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$
$J$	Inèrcia del conjunt rotor-càrrega	$0,46 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
$B_m$	Coefficient de fregament viscos	$20,44 \times 10^{-4} \text{ Nm} \cdot \text{s/rad}$

Taula A.1 Valor dels paràmetres del PMSM

Tot seguit es comenta com s'han obtingut les constants mecàniques  $J$  i  $B_m$  i quina és la relació que presenten les variables consigna i parell de càrrega de la PMSM.

### A.2 Comentaris sobre alguns paràmetres del PMSM

#### A.2.1 Inèrcia del conjunt rotor-càrrega (J)

La Figura A.1 representa l'interior del PMSM, on la zona verda fa referència a al rotor i la part vermella fa referència al pneumàtic.

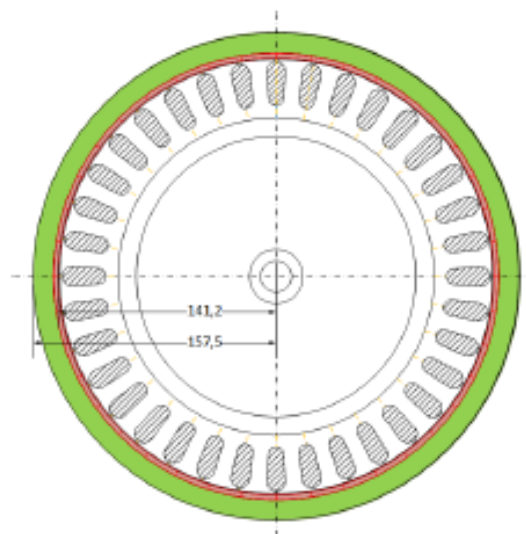


Figura A.1 Representació del motor

Suposant una massa del conjunt rotor-pneumàtic  $m_{r+p} = 12 \text{ Kg}$  i tenint, tal i com es veu en la figura, els radis tant de la roda ( $r_p = 0,238 \text{ m}$ ) com de l'interior del rotor ( $r_r = 0,141 \text{ Kg}$ ) es pot obtenir la inèrcia del conjunt rotor-càrrega  $J$  de la manera següent:

$$J = \frac{1}{2} m_{r+p} (r_p^2 + r_r^2) = 0,46 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{A.1})$$

### A.2.2 Coeficient de fregament viscos (B<sub>m</sub>)

Per a establir un valor del coeficient de fregament viscos del PMSM es parteix de la idea que, comparant-lo amb el parell de càrrega  $T_L$  (que depèn de la resistència d'avanç del vehicle, la fricció amb el terra i la resistència gravitacional en un pendent), presenta un valor negligible. No obstant això, si establim  $B_m \simeq 0$ , tot i que no s'estaria cometent un error excessiu, sí que fa que el controlador PI del llaç de velocitat no pugui operar correctament. D'aquesta manera s'ha especificat un valor de  $B_m = 20,44 \times 10^{-4} \text{ Nm} \cdot \text{s/rad}$ , que és comparativament irrisori vers el parell resistiu.

### A.2.2 Velocitat consigna ( $\omega_{rm}^*$ ) i parell de càrrega ( $T_L$ )

Com ja s'ha explicat, el treball pretén dur a terme el control del PMSM que actua com a motor en una scooter. La velocitat angular mecànica consigna  $\omega_{rm}^*$  que serveix com a referència per al sistema de control s'especifica a partir de la velocitat lineal mecànica a la que es vol que circuli la scooter i el radi de la roda  $r_p$ , de la manera següent:

$$\omega_{rm}^* = \frac{v^*}{r_p} \quad (\text{A.2})$$

A continuació es mostra la Taula A.2 amb els valors dels paràmetres necessaris per a explicar com és la interacció del vehicle amb el seu entorn i que serveixen per a establir la relació existent entre la consigna de velocitat  $\omega_{rm}^*$  i el parell resistiu  $T_L$ .

SÍMBOL	PARÀMETRE	VALOR
$r_p$	Radi del pneumàtic	0,238 m
$m$	Massa scooter + passatger	200 Kg
$\rho$	Densitat de l'aire	1,2044 $\text{Kg}/\text{m}^3$
$A_f$	Àrea frontal scooter	0,35 $\text{m}^2$
$C_d$	Coeficient de drag	0,8
$f_r$	Coeficient de fricció amb el terra	0,01
$v_w$	Velocitat del vent	12 $\text{Km}/\text{h}$

Taula A.2 Paràmetres d'interacció amb l'entorn

Pel que fa al parell resistiu,  $T_L$ , cal remarcar que no és més que el paràmetre que engloba totes les forces que, en forma de parell a l'eix de la roda, interaccionen amb el vehicle. Les forces que s'han considerat en el treball present són: la força de fricció amb el terra, la resistència aerodinàmica i la component horitzontal del pes en un pendent.

Per introduir totes aquestes forces en el propi model, només s'hauran de multiplicar pel radi de la roda  $r_p$  per a que actuïn com a parell de càrrega  $T_L$ . A continuació es destaca la formulació d'aquestes tres forces, tenint en compte els paràmetres descrits a la Taula A.2.

La força de fricció amb el terra queda determinada a partir del coeficient de fricció amb el terra  $f_r$ , de la massa del conjunt vehicle + passatger  $m$ , de l'angle del pendent  $\alpha$  i de la gravetat.

$$F_f = f_r \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{A.3})$$

La resistència aerodinàmica depèn de les pròpies densitat i velocitat de l'aire,  $\rho$  i  $v_w$ , de l'àrea frontal del vehicle  $A_f$ , del coeficient de *drag* aerodinàmic,  $C_d$  i de la velocitat lineal consigna que s'introdueixi,  $v^*$ .

$$F_w = K_w \cdot (v^* - v_w)^2 \quad (\text{A.3})$$

$$K_w = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_f \cdot C_d \quad (\text{A.4})$$

Per la seva banda, la component horitzontal del pes en un pendent es pot calcular a partir de l'angle d'aquest pendent  $\alpha$ , (que evidentment anul·larà aquesta component quan el seu valor sigui 0°), la massa del conjunt vehicle + passatger  $m$  i de la gravetat.

$$F_g = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{A.5})$$

Així doncs el parell de càrrega  $T_L$  que s'introdueix al model es pot trobar amb l'equació (A.6) i, tal i com es pot observar, dependrà dels paràmetres variables  $\alpha$  i  $v^*$ .

$$T_L = r_p(F_f + F_w + F_g) \quad (\text{A.6})$$

## Annex B

### B.1 Transformada de Park

La transformada de Park és un concepte matemàtic que permet alternar les variables del PMSM (i de qualsevol màquina elèctrica) referides als eixos fixos ( $a_s$ ,  $b_s$  i  $c_s$ ) i les referides als eixos síncrons amb el rotor ( $d_s$  i  $q_s$ ). La Figura B.1 serveix de base per a realitzar aquesta transformació ja que mostra els dos marcs de referència.

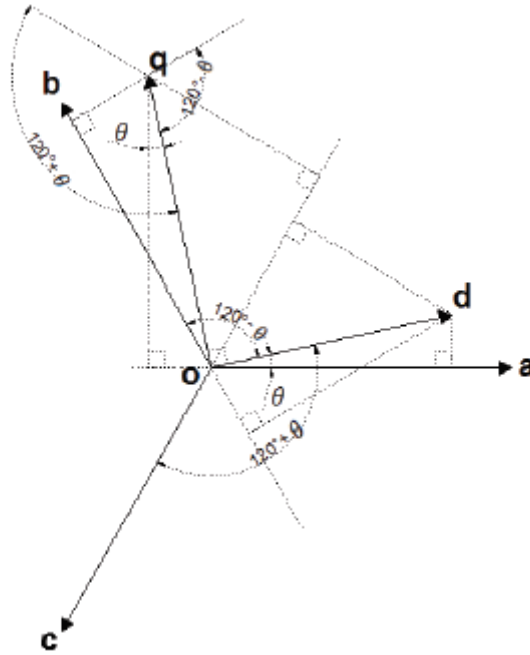


Figura B.1 Representació dels eixos fixos i síncrons del PMSM

La traducció matricial de la Figura B.1 es mostra a continuació:

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & \cos \theta \\ 1 & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

On:

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & \cos \theta \\ 1 & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

És la matriu de la transformada de Park. Aquesta transformació matemàtica és aplicable a qualsevol magnitud del PMSM (tensions, corrents de les bobines de l'estator o fluxos magnètics).

Per a trobar les variables en eixos en sincronia amb el rotor es requereix la matriu antitransformada de Park,  $(\mathbf{P}(\theta_r))^{-1}$  de la següent manera:

$$\begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

En aquestes equacions, el terme  $f_0$  és la seqüència zero del sistema trifàsic i com que en les aplicacions generals no hi ha camí de retorn al neutre, aquesta component, també anomenada homopolar és zero.



## BIBLIOGRAFIA

- [1] Daniel Montesinos Miracle. *Modelització i control d'accionaments elèctrics*, Barcelona, 2008.
- [2] P. D. Chandana Perera. *Sensorless Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor Drives*, Allborg, 2002.
- [3] M. Eshani, Y. Gao & A. Emadi. *Modern Electric, Hybrid Electric and Fuel Cell Vehicles*, Florida, 2010.
- [4] P. C. C. Morales. *Control vectorial de la velocidad de una máquina síncrona de imanes permanentes*, México, 2011.
- [5] R. Olago. *Guia de disseny per a una màquina síncrona d'imants permanents de flux axial*, Barcelona, 2012.
- [6] F. J. S. Joanich. *Motors elèctrics*, Barcelona 2013.
- [7] P. Vas. *Vector and Direct Torque Control of Synchronous Machines*, Oxford, 1998.
- [8] R. Krishnan. *Electric Motor Drives. Modeling, Analysis and Control*, Prentice Hall, 2001.
- [9] P. C. Krause, O. Wasynczuk & S. D. Sudhoff. *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, 1995.
- [10] D. W. Novotny & T. A. Lipo. *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford, 2000.
- [11] T. M. Jahns, G. B. Kliman & T. W. Neumann. *Interior Permanent-Magnet Synchronous Motors for Adjustable-Speed Drives*, IEEE Transactions on Industry Applications, 1986.